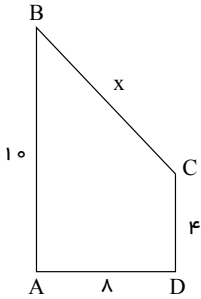


۱. اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی دارای محور تقارن، اندازه‌ی وتر ۶ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- ۷ $\frac{1}{2}$ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)



۲. باتوجه به شکل x کدام است؟

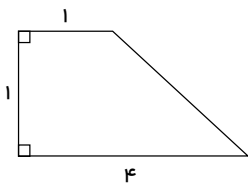
- ۲۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۰ (۴)

۳. مربعی به محیط ۳۲ است. قطر مربع کدام است؟

- $\sqrt{52}$ (۴) ۱۶ (۳) $\sqrt{128}$ (۲) ۸ (۱)

۴. اگر یک ضلع قائم مثلث قائم‌الزاویه‌ی ۳ برابر ضلع دیگر باشد و وتر آن مثلث $6\sqrt{10}$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

- $6(4 + \sqrt{10})$ (۲) $12 + 6\sqrt{10}$ (۱)
 $6(4 + 2\sqrt{5})$ (۴) $8(2 + 3\sqrt{2})$ (۳)

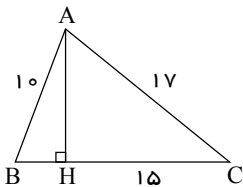


۵. محیط دوزنقه‌ی زیر کدام است؟

- $8 + 3\sqrt{2}$ (۲) $6 + \sqrt{10}$ (۱)
 $4 + 3\sqrt{6}$ (۴) ۱۲ (۳)

۶. در یک مثلث متساوی‌الساقین با یک زاویه‌ی 90° اندازه‌ی ضلع بزرگتر ۴ است. اندازه‌ی ساق کدام است؟

- $4\sqrt{2}$ (۴) ۸ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)



۷. مساحت شکل روبرو چقدر است؟

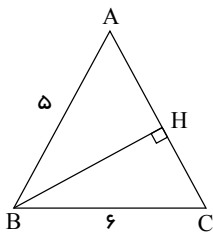
- ۹۸ (۲) ۱۶ (۱)
 ۸۱ (۴) ۸۴ (۳)

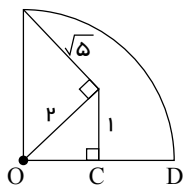
۸. محیط مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، ۱۲ است. اندازه‌ی ارتفاع AH چقدر است؟

- $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۱)

۹. مثلث ABC متساوی‌الساقین است. ($AB = AC$) اندازه‌ی ارتفاع BH برابر است با:

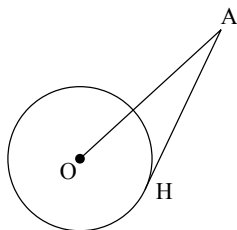
- $2,4$ (۲) $4,8$ (۱)
 $3,6$ (۴) $4,2$ (۳)





۱۰. اگر O مرکز مربع دایره باشد، باتوجه به شکل اندازه‌ی پاره‌خط CD کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $3 - \sqrt{5}$ (۳) 3 (۴) $3 - \sqrt{3}$



۱۱. در شکل زیر $OA = 5\sqrt{5}$ و شعاع دایره برابر ۵ است. طول مماس AH کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۵ (۴) ۱۰

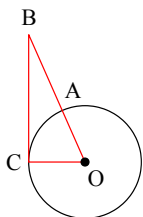
۱۲. مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $10\sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $45\sqrt{3}$ (۲) $25\sqrt{3}$ (۳) $75\sqrt{3}$ (۴) $50\sqrt{3}$

۱۳. اندازه‌ی اضلاع قائمه‌ی مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۵ و ۱۲ است. مقدار تقریبی ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

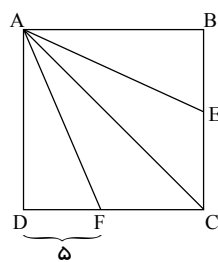
- (۱) ۵٫۲ (۲) ۵ (۳) ۴٫۶ (۴) ۴٫۱

۱۴. در شکل زیر BC مماس بر دایره و $OA = AB$ می‌باشد، اگر $BC = 6$ در اینصورت محیط دایره برابر است با:



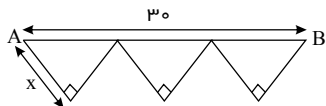
- (۱) $4\sqrt{2}\pi$ (۲) 3π (۳) $4\sqrt{3}\pi$ (۴) $2٫۵\pi$

۱۵. با توجه به شکل در مربع $ABCD$ ، $AE = 2x + 5$ و $AF = 4x - 3$ و در مثلث ACE و ACF همنهشت هستند. مساحت مربع کدام است؟



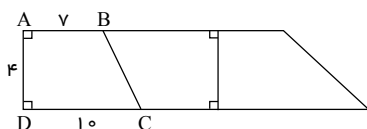
- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶۹

۱۶. شکل زیر از سه مثلث همنهشت تشکیل شده است. اگر مثلث‌ها، قائم‌الزاویه‌ای متساوی‌الساقین باشند و $AB = 30$ سانتی‌متر باشد، x کدام است؟



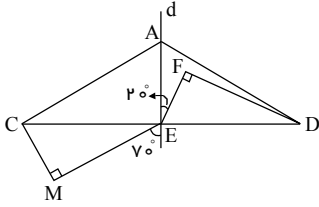
- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) ۱۰ (۴) ۵۰

۱۷. شکل زیر دوزنقه‌های همنهشت با دوزنقه‌ی $ABCD$ ساخته شده است. محیط شکل چند است؟



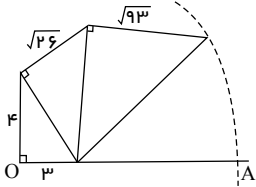
- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۲۵ (۴) ۹۰

۱۸. خط d عمود منصف ضلع CD در مثلث متساوی الساقین ACD است. مثلث‌های EFD, CME طبق کدام حالت می‌توانند هم‌نهشت شوند؟



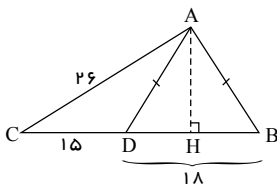
- (۱) ض ض ض
- (۲) ض ض ض
- (۳) وتر و یک زاویه تند
- (۴) وتر و یک ضلع زاویه قائمه

۱۹. در شکل زیر فاصله نقطه‌ی O تا نقطه‌ی A چقدر است؟



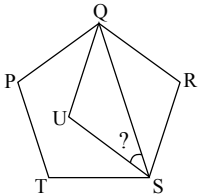
- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۲
- (۳) $\sqrt{51}$
- (۴) $\sqrt{93}$

۲۰. در شکل روبرو مثلث ABD متساوی‌الساقین است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه‌ای ارتفاع AH چند است؟



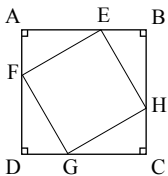
- (۱) ۲۴
- (۲) ۹
- (۳) $5\sqrt{2}$
- (۴) ۱۰

۲۱. در شکل روبرو پنج‌ضلعی $PQRST$ منتظم است. اگر دو مثلث QRS, QUS هم‌نهشت باشند، زاویه‌ی QSU چند درجه است؟



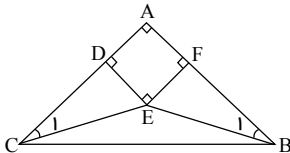
- (۱) ۱۰۸
- (۲) ۳۸
- (۳) ۷۲
- (۴) ۳۶

۲۲. در شکل روبرو $ABCD$ مربع است. اگر $\frac{AF}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{CH}{CB} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4}$ باشد، مثلث‌های AFE, CHG بنا به کدام حالت هم‌نهشت هستند؟



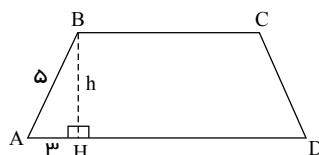
- (۱) ض ض ض
- (۲) ض ض ض
- (۳) وتر و یک زاویه تند
- (۴) دو زاویه و یک ضلع

۲۳. مثلث ABC متساوی‌الساقین و چهارضلعی $AFED$ مربع است. در بررسی هم‌نهشتی مثلث‌های EDC, EFB کدام نادرست است؟



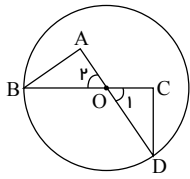
- (۱) $DE = EF$
- (۲) $DC = FB$
- (۳) $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$
- (۴) $\hat{D} = \hat{F}$

۲۴. مطابق شکل دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین به ساق ۵ سانتی‌متر داریم. اگر قاعده‌ی کوچک آن ۲ برابر ارتفاع دوزنقه باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟



- (۱) ۳۸
- (۲) ۲۲
- (۳) ۳۲
- (۴) ۴۴

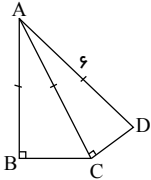
۲۵. در شکل مقابل \hat{A} و \hat{C} با هم مکمل و مساویند، دو مثلث OAB و OCD طبق کدام حالت همنهشت هستند؟



- (۲) وز
(۴) زضز

- (۱) ضضض
(۳) وض

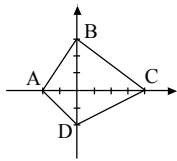
۲۶. در شکل روبرو $AB = BC = CD$ است. اگر $AD = 6$ باشد، اندازه‌ی CD چقدر است؟



- (۲) $2\sqrt{3}$
(۴) $3\sqrt{2}$

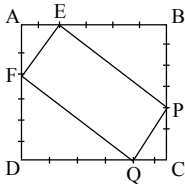
- (۱) $\sqrt{3}$
(۳) ۳۶

۲۷. با توجه به شکل روبرو محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



- (۱) $5 + \sqrt{20} + \sqrt{13} + \sqrt{8}$
(۲) $5 + \sqrt{41}$
(۳) $\sqrt{40} + 5$
(۴) $\sqrt{20} + \sqrt{13}$

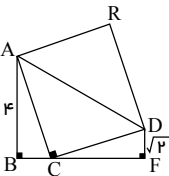
۲۸. در شکل روبرو مساحت مربع چند برابر مساحت مستطیل است؟



- (۲) $\frac{7}{2}$
(۴) $\frac{9}{2}$

- (۱) $\frac{7}{4}$
(۳) $\frac{9}{4}$

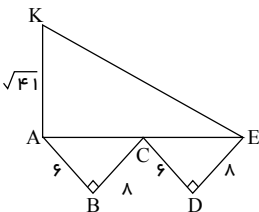
۲۹. اگر دو مثلث ABC , CFD همنهشت باشند محیط دوزنقه‌ی قائم الزویه $ABFD$ کدام است؟



- (۲) $16\sqrt{2}$
(۴) $46\sqrt{2}$

- (۱) $14 + 2\sqrt{2}$
(۳) $44 + 2\sqrt{2}$

۳۰. در شکل مقابل دو مثلث ABC و CDE همنهشت هستند. محیط کل شکل کدام است؟



- (۱) $28 + \sqrt{41}$
(۲) ۴۸
(۳) $49 + \sqrt{41}$
(۴) ۹۰

۳۱. اگر مساحت مربعی ۲۵ واحد مربع باشد، مجموع اندازه‌های یک ضلع و یک قطر آن برابر کدام گزینه است؟

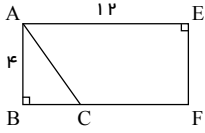
(۴) $5\sqrt{2} + 5$

(۳) $2 + \sqrt{5}$

(۲) $5 + \sqrt{2}$

(۱) $5\sqrt{2}$

۳۲. در مستطیل مقابل، مساحت مثلث ABC ، $\frac{1}{6}$ مساحت مستطیل می‌باشد. اندازه AC کدام است؟



(۱) $4\sqrt{2}$

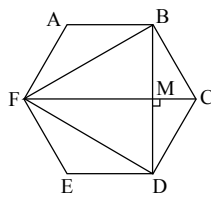
(۲) ۸

(۳) ۴

(۴)

$2\sqrt{5}$

۳۳. در شش ضلعی منتظم زیر دلایل کافی برای همنهشتی کدام دو شکل وجود دارد؟



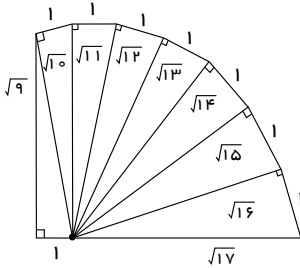
(۱) $\triangle FAB \cong \triangle FMB$

(۲) $\triangle ABC \cong \triangle EDM$

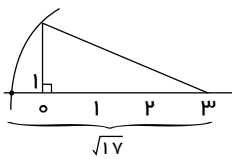
(۳) $\triangle FBM \cong \triangle FDM$

(۴) $\triangle FBC \cong \triangle FED$

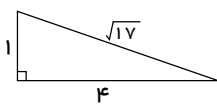
۳۴. معلم ریاضی از دانش‌آموزان خواست پاره‌خط $\sqrt{17}$ را رسم کنند. سه دانش‌آموز پاسخ‌های خود را به صورت زیر نوشتند:



الف) حسین، به کمک ساختن مثلث‌های قائم‌الزاویه پاره‌خط $\sqrt{17}$ را ترسیم می‌کند.



ب) علی، روی محور، $\sqrt{17}$ را به کمک رابطه فیثاغورس نشان می‌دهد.



ج) رضا، مثلث قائم‌الزاویه با ضلع‌های ۴ و ۱ سانتی‌متر رسم می‌کند. پس وتر آن حتماً $\sqrt{17}$ خواهد بود.

در بین پاسخ‌های داده شده‌ی دانش‌آموزان، تعداد پاسخ‌های درست کدام است؟

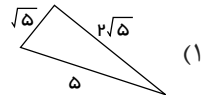
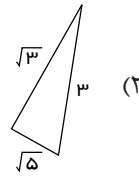
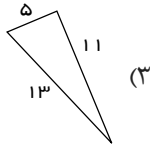
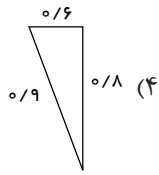
(۱) ۱

(۲) ۲

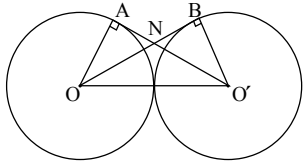
(۳) ۳

(۴) صفر

۳۵. علی برای رسم یک زاویه قائمه نیاز به گونیا دارد. او از کدام یک از مثلث‌های زیر می‌تواند به‌عنوان گونیا استفاده کند؟



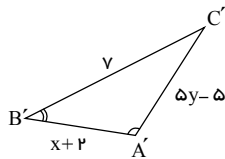
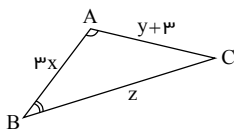
۳۶. در شکل زیر، دو دایره با شعاع‌های مساوی مفروض است و مثلث ONO' متساوی‌الساقین می‌باشد. کدام یک از حالت‌های زیر نمی‌تواند حالت همنهشتی دو مثلث OAN و $O'BN$ باشد؟



- (۲) وز
(۴) ز ض ز

- (۱) وض
(۳) ض ض ض

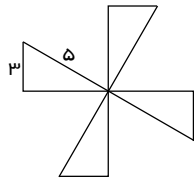
۳۷. مطابق شکل، اگر مثلث ABC و $A'B'C'$ همنهشت باشند، محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۲) ۱۵
(۴) ۱۰٫۵

- (۱) ۷٫۵
(۳) ۱۰

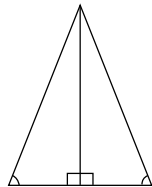
۳۸. مریم با چهار مثلث قائم‌الزاویه همنهشت مطابق شکل یک فرره درست کرده است. محیط این شکل کدام است؟



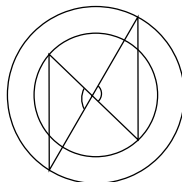
- (۲) ۲۴
(۴) ۱۲

- (۱) ۴۸
(۳) ۴

۳۹. در هر شکل بعضی از ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص شده‌اند. در کدام شکل اطلاعات داده شده برای تشخیص همنهشتی دو مثلث کافی نیست؟

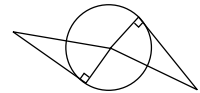


(۴)

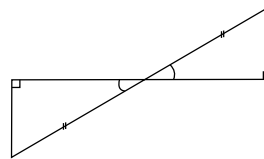


(۳)

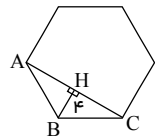
(۲)



(۱)



۴۰. با توجه به این که می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است، در شش ضلعی منتظم زیر مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۲) $\sqrt{48}$
(۴) ۱۶

- (۱) $16\sqrt{3}$
(۳) $8\sqrt{3}$

۴۱. مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a کدام است؟

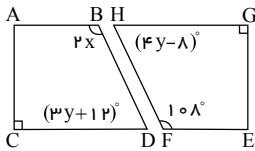
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{4} a$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

۴۲. طول مستطیل $AGCE$ را به گونه‌ای برش داده‌ایم که دو چهار ضلعی همنهشت زیر حاصل شده است. در رابطه با اندازه



کدام درست است؟ $(x - y)$

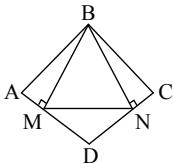
(۱) $20 < x - y < 54$

(۲) از مکمل F بیش تر است.

(۳) $40 < x - y < 100$

(۴) $x - y > 90$

۴۳. معصومه می‌داند چهارضلعی $ABCD$ یک لوزی است. $BM \perp AD$ و $BN \perp DC$ است. او برای اثبات همنهشتی دو مثلث



ABM و NBC به کدام دلیل زیر نیاز ندارد؟

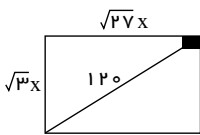
(۲) $\hat{M} = \hat{N}$

(۱) $AB = BC$

(۴) $AM = NC$

(۳) $\hat{A} = \hat{C}$

۴۴. مساحت مستطیل زیر کدام است؟



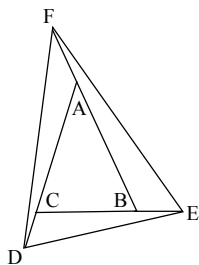
(۲) ۸۱

(۱) ۳۶

(۴) $2\sqrt{30}$

(۳) $3\sqrt{3}$

۴۵. مثلث ABC متساوی‌الاضلاع می‌باشد. مطابق شکل، سه ضلع مثلث را به یک اندازه ادامه داده‌ایم. دو مثلث ECD و DAF طبق کدام حالت همنهشت هستند؟



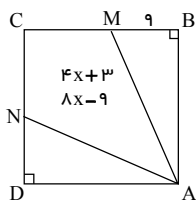
(۲) وض

(۱) رضز

(۴) ضضض

(۳) ضضض

۴۶. در مربع $CBAD$ دو مثلث ABM و ADN همنهشت هستند. مساحت مربع چند برابر محیط آن است؟



(۲) ۴

(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۳

۴۷. اندازه نیمساز هر زاویه یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع b کدام است؟

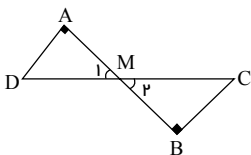
(۴) $\frac{3}{4}b$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}b$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}b$

(۱) $\frac{3}{2}b$

۴۸. در شکل زیر، M وسط AB می‌باشد. کدام رابطه‌ی زیر همواره درست نیست؟



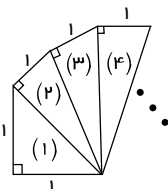
(۱) M وسط DC می‌باشد.

(۲) $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

(۳) مکمل \hat{D} با مکمل \hat{C} برابر است.

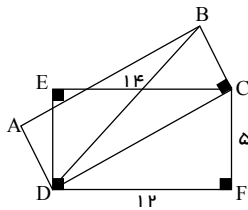
(۴) \hat{M}_2 و \hat{M}_1 متمم هم هستند.

۴۹. اگر در شکل زیر، مثلث‌ها ادامه پیدا کند، طول وتر مثلث n ام کدام است؟



- (۱) \sqrt{n}
- (۲) $n + 1$
- (۳) n^2
- (۴) $\sqrt{n + 1}$

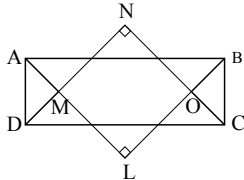
۵۰. با توجه به شکل، اگر دو مثلث ABD و CDB همنهشت باشند، و $DB = 14$ باشد، $\frac{1}{3}$ مساحت چهارضلعی $ABCD$



کدام است؟

- (۱) $39\sqrt{3}$
- (۲) $13\sqrt{3}$
- (۳) $21\sqrt{3}$
- (۴) $42\sqrt{3}$

۵۱. از برخورد نیمسازهای مستطیل $ABCD$ به طول ۱۲ و عرض ۴، مربع $LMNO$ تشکیل شده است. مساحت مربع کدام



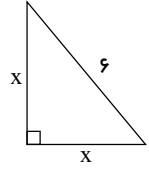
است؟

- (۲) ۴۸
- (۴) $8\sqrt{2}$

(۱) ۱۶

(۳) ۳۲

۱. گزینه ۲ این مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است.



$$x^2 + x^2 = 6^2$$

$$2x^2 = 36$$

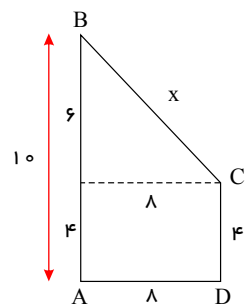
$$x^2 = 18$$

$$x = \sqrt{18}$$

$$= \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{18}}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow x = 10$$

۲. گزینه ۴

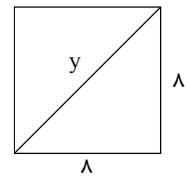


۳. گزینه ۲

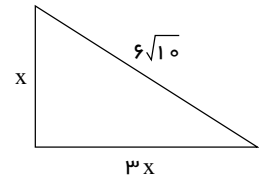
$$4 \times x = 32 \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow y^2 = 8^2 + 8^2 = 64 + 64$$

$$y^2 = 128 \Rightarrow y = \sqrt{128}$$



۴. گزینه ۲



$$(6\sqrt{10})^2 = x^2 + (3x)^2$$

$$360 = x^2 + 9x^2 \Rightarrow 360 = 10x^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6$$

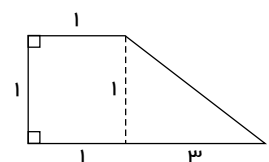
$$\Rightarrow \text{محیط} = 6 + 18 + 6\sqrt{10} = 24 + 6\sqrt{10}$$

$$? = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$\Rightarrow ? = \sqrt{10}$$

$$\text{محیط} = 1 + 1 + \sqrt{10} + 4 = 6 + \sqrt{10}$$

۵. گزینه ۱



۶. گزینه ۲

$$\Rightarrow x^2 + x^2 = 4^2$$

$$2x^2 = 16$$

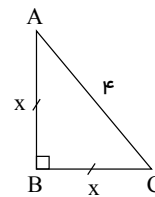
$$x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AH^2 = 17^2 - 15^2 \Rightarrow 289 - 225 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

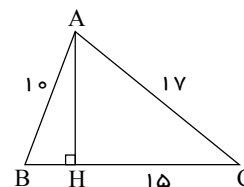
$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$10^2 = 8^2 + BH^2 \Rightarrow BH = 6$$

$$\text{مساحت} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{8 \times (6 + 15)}{2} = \frac{8 \times 21}{2} = 84$$



۷. گزینه ۳



۸. گزینه ۴ هر ضلع آن $4 = \frac{12}{3}$ می باشد.

$$x^2 + 2^2 = 4^2$$

$$x^2 + 4 = 16 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$AH'^2 = 25 - 9 = 16$$

$$AH' = 4$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH' \times BC}{2} = \frac{BH \times AC}{2}$$

$$= \frac{4 \times 6}{2} = \frac{BH \times 5}{2}$$

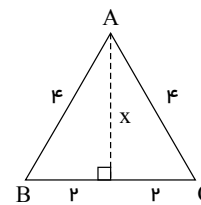
$$= 12 = \frac{5 \times BH}{2} \Rightarrow BH = \frac{24}{5} = 4,8$$

$$OA^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 5 + 4 = 9$$

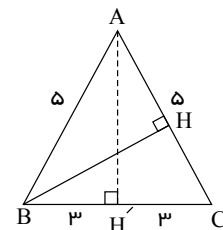
$$OC^2 + 1^2 = 2^2 \quad \text{شعاع دایره}$$

$$OC^2 + 1 = 4 \Rightarrow OC^2 = 3 \Rightarrow OC = \sqrt{3}$$

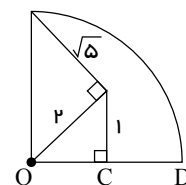
$$CD = OD - OC = 3 - \sqrt{3}$$



۹. گزینه ۱



۱۰. گزینه ۴

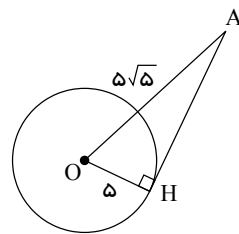


۱۱. گزینه ۴

$$OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$(5\sqrt{5})^2 = 25 + AH^2$$

$$125 = 25 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = 100 \Rightarrow AH = 10$$

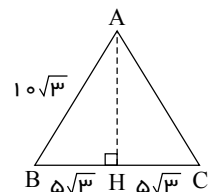


۱۲. گزینه ۳

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + (5\sqrt{3})^2 = (10\sqrt{3})^2 \Rightarrow AH^2 + 75 = 300$$

$$AH^2 = 225 \Rightarrow AH = 15$$



$$\text{مساحت} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{15 \times 10\sqrt{3}}{2} = 75\sqrt{3}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

$$AB \times BC = BH \times AC$$

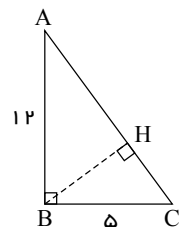
$$\Rightarrow 12 \times 5 = BH \times 13 \Rightarrow BH = \frac{60}{13} = 4\frac{8}{13} = 4,61 \approx 4,6$$

۱۳. گزینه ۳

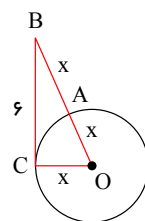
$$\Rightarrow OB^2 = OC^2 + CB^2$$

$$(2x)^2 = x^2 + BC^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = 3x^2 = 36 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} \text{ شعاع}$$



۱۴. گزینه ۳



$$\text{محیط دایره} = 2 \times \text{شعاع} \times \pi = 2 \times \sqrt{12} \times \pi = 4\sqrt{3}\pi$$

۱۵. گزینه ۱ چون دو مثلث $ACF \cong ACE$ در نتیجه:

$$AE = AF \Rightarrow 2x + 5 = 4x - 3 \Rightarrow 2x - 4x = -5 - 3 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4$$

$$AE = 2x + 5 = (2 \times 4) + 5 = 13$$

چون شکل مربع است، پس مثلث ABE قائم الزاویه است و $DF = BE = 5$ و مطابق رابطه فیثاغورس داریم:

$$\text{مساحت مربع} :: AB^2 = AE^2 - BE^2 \Rightarrow AB^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow AB^2 = 169 - 25 = 144$$

۱۶. گزینه ۲ چون سه مثلث همنهشت هستند پس اندازه‌ی وتر در هر کدام برابر $10 \div 3 = 30$ سانتی متر است لذا در مثلث

قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین روبرو خواهیم داشت:

$$x^2 + x^2 = 10^2 \Rightarrow 2x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$



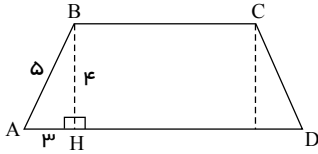
۱۷. گزینه ۲ با توجه به شکل روبرو برای محاسبه محیط باید طول x را دست آوریم.

لذا با توجه به رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

گزینه ۴، $\hat{D} = \hat{F} = 90^\circ$

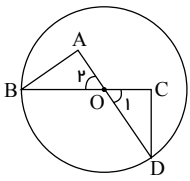
۲۴. گزینه ۴ با توجه به این که ارتفاع BH مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABH$ را ساخته است، مطابق رابطه فیثاغورس داریم:
 $h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow h = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

و چون قاعده کوچک ۲ برابر ارتفاع است، پس $BC = 8 \text{ cm}$ و $AD = 3 + 8 + 3 = 14 \text{ cm}$ پس مساحت دوزنقه عبارت است از:



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{(8 + 14) \times 4}{2} = 44 \text{ cm}^2$$

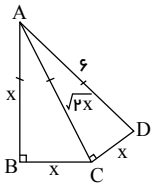
۲۵. گزینه ۲ با توجه به این که \hat{A} و \hat{C} مکمل و مساویند، داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \hat{A} &= \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{C} = 90^\circ \\ \text{وتر مثلث} &= OB = OD = r \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \text{ (وتر یک زاویه)}$$

۲۶. گزینه ۲ $AB = BC = CD = x$ قرار می‌دهیم لذا طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}x$$

در مثلث ACD طبق رابطه فیثاغورس خواهیم داشت:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 \Rightarrow 6^2 = (\sqrt{2}x)^2 + x^2 \Rightarrow 36 = 2x^2 + x^2 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

۲۷. گزینه ۱ برای به دست آوردن اضلاع چهارضلعی $ABCD$ به کمک رابطه فیثاغورس داریم:

$$AD^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow AD = \sqrt{8}$$

$$DC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow DC = \sqrt{20}$$

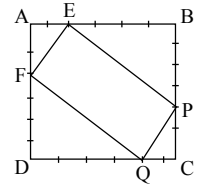
$$BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$$

$$AB^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}$$

$$ABCD \text{ محیط} = 5 + \sqrt{20} + \sqrt{13} + \sqrt{8}$$

۲۸. گزینه ۳ ابتدا طول و عرض مستطیل را بدست می‌آوریم:

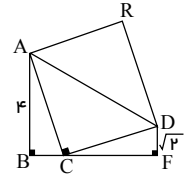
$$\begin{aligned} \triangle AEF : EF^2 &= 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow EF = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \\ \triangle EBP : EP^2 &= 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \Rightarrow EP = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت مستطیل} : 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 8 \times 2 = 16 \\ \text{مساحت مربع} : 6 \times 6 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

۲۹. گزینه ۱ چون دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی CFD, ABC هم‌نهشت هستند داریم:

$$\begin{aligned} AB &= CF = 4 \\ BC &= DF = \sqrt{2} \end{aligned}$$



طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = DC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 16 + 2 = 18 \Rightarrow AC = DC = \sqrt{18}$$

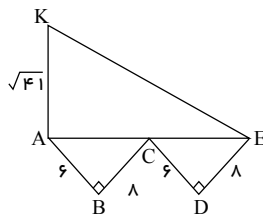
پس مثلث یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است و طبق رابطه‌ی فیثاغورس:

$$AD^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{18})^2 = 18 + 18 = 36 \Rightarrow AD = \sqrt{36} = 6$$

پس محیط دوزنقه عبارت است از:

$$= 6 + 4 + 4 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 14 + 2\sqrt{2}$$

۳۰. گزینه ۳ برای به‌دست آوردن طول ضلع KE ، باید طول ضلع AE را مشخص کنیم. به کمک رابطه‌ی فیثاغورس AC را به‌دست می‌آوریم:



$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDE \Rightarrow AC = CE = 10$$

چون از طرفی مثلث KAE مثلث قائم‌الزاویه است، طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$KE^2 = AE^2 + AK^2 \Rightarrow KE^2 = 20^2 + (\sqrt{41})^2 = 400 + 41 = 441$$

$$\Rightarrow KE = \sqrt{441} = 21$$

پس محیط کل شکل برابر است با:

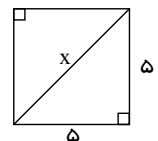
$$\text{محیط} = AB + BC + CD + DE + KE + AK = 6 + 8 + 6 + 8 + 21 + \sqrt{41} = 49 + \sqrt{41}$$

۳۱. گزینه ۴ با توجه به مساحت مربع، طول هر ضلع آن برابر واحد است. برای به‌دست آوردن قطر مربع از رابطه‌ی فیثاغورس

استفاده می‌کنیم: مجموع اندازه‌های یک ضلع و یک قطر برابر $5 + 5\sqrt{2}$ می‌باشد.

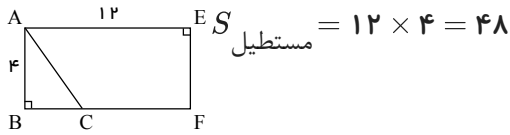
$$x^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$



نکته: قطر مربعی به ضلع a برابر $a\sqrt{2}$ می‌باشد.

۳۲. گزینه ۱ ابتدا مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم. داریم:



چون مساحت مثلث BAC ، $\frac{1}{2}$ کل مساحت مستطیل است، داریم:

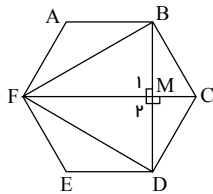
$$ABC_{\text{مثلث}} = \frac{48}{2} = 24 \Rightarrow \frac{4 \times BC}{2} = 24 \Rightarrow 4BC = 48 \Rightarrow BC = 12$$

حال با استفاده از رابطه فیثاغورس طول AC را به دست می‌آوریم:

$$AC^2 = 4^2 + 12^2 = 16 + 144 = 160$$

$$AC = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

۳۳. گزینه ۲ با بررسی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ می‌بینیم که دلایل کافی برای همنهستی وجود دارد، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AF = FE \\ AB = ED \\ \hat{E} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FAB \cong \Delta FED \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} FB = FD$$

$$\left. \begin{array}{l} FB = FD \\ FM = FM \text{ مشترک} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FB M \cong \Delta FD M$$

۳۴. گزینه ۲ روش حسین شبیه به روش حلزونی کتاب است و درست است.

روش رضا نیز با استفاده از رابطه فیثاغورس درست است.

اما علی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه را درست در نظر نگرفته است.

$$3^2 + 1^2 = 10 \neq 17$$

پس گزینه ۲ درست است.

۳۵. گزینه ۱ برقراری رابطه فیثاغورس را برای هر یک از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم. اگر بزرگ‌ترین ضلع در هر شکل را وتر در نظر

بگیریم و آن را a بنامیم، داریم:

$$1) a^2 = \sqrt{5}^2 + (2\sqrt{5})^2 = 5 + 20 = 25 \Rightarrow a = 5 \quad \checkmark$$

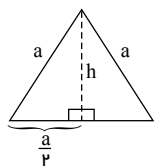
$$2) a^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8} \quad \times$$

$$3) a^2 = 11^2 + 5^2 = 121 + 25 = 146 \Rightarrow a = \sqrt{146} \approx 12 \quad \times$$

$$4) a^2 = 0.6^2 + 0.8^2 = 0.36 + 0.64 = 1 \Rightarrow a = 1 \quad \times$$

۳۶. گزینه ۲ با توجه به داده‌های مسأله داریم:

۴۱. گزینه ۱ نکته: با توجه به آن چه که در مورد عمود منصف پاره خط در کتاب آمده است، می دانیم در هر مثلث متساوی الساقین ارتفاع وارد بر قاعده، قاعده را نصف می کند.
می دانیم برای به دست آوردن مساحت مثلث نیاز به ارتفاع مثلث داریم و طبق رابطه فیثاغورس داریم:



$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{a^2 \times 4}{1 \times 4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

بنابراین مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

۴۲. گزینه ۱ چون دو شکل همنهشت هستند، پس:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{F} &\Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ \\ \hat{D} = \hat{H} &\Rightarrow (3y + 12)^\circ = (4y - 8)^\circ \Rightarrow y = 20^\circ \end{aligned} \right\} x - y = 54 - 20 = 34^\circ$$

با توجه به گزینه‌ها می‌بینیم که $20 < 34 < 54$ ، بنابراین:

$$20 < x - y < 54$$

۴۳. گزینه ۴ همنهشتی دو مثلث AMB و NBC را بررسی می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{A} = \hat{C} &\text{ زاویه‌های روبه‌رو در لوزی} \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ &\text{ وز } \Delta \\ AB = BC &\text{ اضلاع لوزی و وتر} \end{aligned} \right. \Rightarrow \Delta AMB \cong \Delta NBC$$

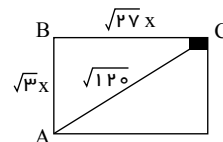
پس دلیل $AM = NC$ نادرست است.

۴۴. گزینه ۱ با توجه به این که شکل، مستطیل می‌باشد و مثلث ABC قائم‌الزاویه است، طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$(\sqrt{3}x)^2 + (\sqrt{27}x)^2 = (\sqrt{120})^2$$

$$3x^2 + 27x^2 = 120$$

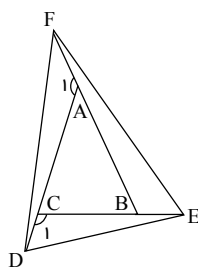
$$30x^2 = 120 \Rightarrow x^2 = \frac{120}{30} = 4 \Rightarrow x = 2$$



با قرار دادن $x = 2$ مقدار طول و عرض را به دست می‌آوریم و سپس مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{عرض} &= \sqrt{3}x \xrightarrow{x=2} 2\sqrt{3} \\ \text{طول} &= \sqrt{27}x \xrightarrow{x=2} 2\sqrt{27} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\text{مستطیل}} = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{27} = 4\sqrt{81} = 4 \times 9 = 36$$

۴۵. گزینه ۳



(۱) چون مثلث ABC متساوی‌الاضلاع می‌باشد و هر زاویه آن 60° است، پس: $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 120^\circ$

(۲) $AF = DC$ چون سه ضلع مثلث را به یک اندازه ادامه داده‌ایم.

(۳) می‌دانیم مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است بنابراین $BC = AC$ می‌باشد. DC و BE نیز چون به یک اندازه ادامه داده‌ایم، با هم برابرند در نتیجه $AC + CD = BC + BE$ و $AD = CE$

$\Delta ECD \cong \Delta DAF$ طبق حالت «ض‌ض».

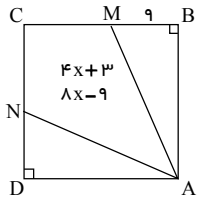
۴۶. گزینه ۳

با توجه به این که دو مثلث ADN و ABM همنهشت هستند، داریم:

$$AN = AM \Rightarrow 8x - 9 = 4x + 3 \Rightarrow 8x - 4x = 3 + 9 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث AMB ، می‌توانیم ضلع مربع را به دست آوریم:

$$4x + 3 \xrightarrow{x=3} 18$$

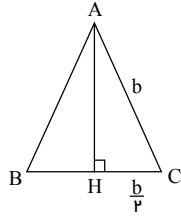


$$AB = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow AB = \sqrt{144} = 12$$

مساحت مربع: $12 \times 12 = 144$ و محیط مربع: $12 \times 4 = 48$
 پس نسبت مساحت به محیط برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت مربع}}{\text{محیط مربع}} = \frac{144}{48} = 3$$

۴۷. گزینه ۲ نکته: می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع، نیمساز و میانه روی هم می‌باشند. پس داریم:



$$AH^2 = b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 \times 4}{1 \times 4} - \frac{b^2}{4} = \frac{4b^2 - b^2}{4} = \frac{3}{4}b^2$$

$$AH = \sqrt{\frac{3}{4}b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}b$$

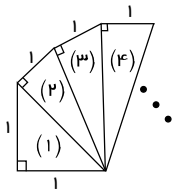
پس گزینه ۲ درست است.

۴۸. گزینه ۴ ابتدا ثابت می‌کنیم دو مثلث BMC و AMD همنهشت هستند:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ AM = MB \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ متقابل به رأس} \end{cases} \Rightarrow \Delta ADM \cong \Delta BCM \text{ (قضیة زوایای متناظر)} \rightarrow \begin{cases} MD = MC \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases}$$

با توجه به مطالب فوق گزینه‌های ۱ و ۲ درست هستند، همچنین $\hat{D} = \hat{C}$ است. می‌توان نتیجه گرفت که مکمل این دو زاویه نیز با هم برابرند، بنابراین گزینه ۴ همواره درست نیست.

۴۹. گزینه ۴ از راهبرد الگویابی و رابطه فیثاغورس مشاهده می‌کنیم که:



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
وتر مثلث	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$...	$\sqrt{n+1}$
بررسی	$\sqrt{1+1}$	$\sqrt{2+1}$	$\sqrt{3+1}$	$\sqrt{4+1}$...	$\sqrt{(1+(\text{شماره شکل}))}$

پس طول وتر مثلث n ام برابر $\sqrt{n+1}$ است.

۵۰. گزینه ۲ با توجه به شکل می‌بینیم چهارضلعی $ECFD$ مستطیل است و DC قطر آن است، پس طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$DC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$DC = \sqrt{169} = 13$$

همچنین ΔCDB قائم‌الزاویه است. طبق قضیة فیثاغورس ضلع BC را به دست می‌آوریم. داریم:

$$BC^2 = 14^2 - 13^2 = 196 - 169 = 27$$

$$BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

چون دو مثلث ADB و CDB همنهشت می‌باشد، پس $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ پس چهارضلعی $ABCD$ مستطیل می‌باشد و مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 13 \times 3\sqrt{3} = 39\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ مساحت مستطیل} = \frac{39\sqrt{3}}{3} = 13\sqrt{3}$$

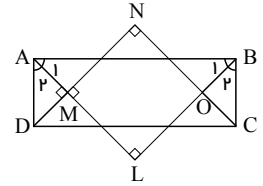
۵۱. گزینه ۳ چون زوایای مستطیل 90° هستند، با رسم نیمسازهای آن، همه‌ی زاویه‌ها به دو زاویه‌ی 45° تقسیم می‌شوند و در محل تلاقی نیمسازها زاویه قائمه ایجاد خواهد شد. مثلث‌های ALB و AMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. ضلع $AL = x$ و $AM = y$ در نظر می‌گیریم:

$$\Delta ALB : AL^2 + LB^2 = AB^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = AB^2 \Rightarrow 2x^2 = 12^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

$$\Delta AMD : AM^2 + MD^2 = AD^2 \Rightarrow y^2 + y^2 = AD^2 \Rightarrow 2y^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow 2y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$



$$\text{ضلع مربع} : 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 - 2) = 4\sqrt{2}$$

$$\text{مساحت مربع} : 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 16 \times 2 = 32$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۴۷۷۵۷۳

۱ -۵	۲ -۴	۲ -۳	۴ -۲	۲ -۱
۴-۱۰	۱ -۹	۴ -۸	۳ -۷	۲ -۶
۱-۱۵	۳-۱۴	۳-۱۳	۳-۱۲	۴-۱۱
۴-۲۰	۱-۱۹	۳-۱۸	۲-۱۷	۲-۱۶
۲-۲۵	۴-۲۴	۳-۲۳	۲-۲۲	۴-۲۱
۳-۳۰	۱-۲۹	۳-۲۸	۱-۲۷	۲-۲۶
۱-۳۵	۲-۳۴	۳-۳۳	۱-۳۲	۴-۳۱
۱-۴۰	۱-۳۹	۱-۳۸	۲-۳۷	۳-۳۶
۳-۴۵	۱-۴۴	۴-۴۳	۱-۴۲	۱-۴۱
۲-۵۰	۴-۴۹	۴-۴۸	۲-۴۷	۳-۴۶
				۳-۵۱