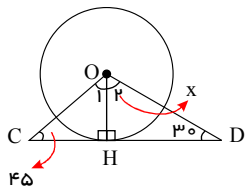
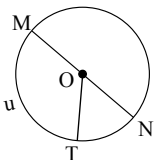


۱. در شکل مقابل مقدار  $x$  کدام گزینه است؟



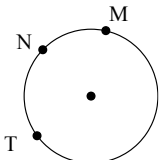
- (۱) ۶۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۹۰  
(۴) ۱۰۵

۲. کمان  $u$  با کدام گزینه برابر است؟



- (۱) ۱۳۵  
(۲) ۱۲۰  
(۳) ۹۰  
(۴) ۱۰۰

۳. در شکل مقابل،  $\widehat{MNT} = 140$  می‌باشد، اگر  $\frac{\widehat{MN}}{\widehat{NT}} = \frac{3}{4}$  کمان  $\widehat{MN}$  بر حسب درجه کدام گزینه است؟

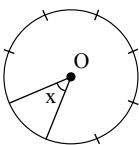


- (۱) ۴۵  
(۲) ۶۰  
(۳) ۸۰  
(۴) ۱۲۰

۴. برای پیدا کردن مرکز دایره‌ای که نامعلوم است ..... آن را رسم می‌کنیم.

- (۱) خط متقاطع موازی  
(۲) دو وتر متوالی دو وتر غیر موازی  
(۳) خط متقارن دو وتر غیر موازی  
(۴) خط مماس دو وتر غیر موازی

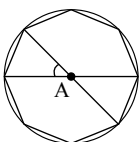
۵. در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره و دایره به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده است. زاویه  $x$  چند درجه است؟



- (۱) ۳۰  
(۲) ۲۵  
(۳) ۶۰  
(۴) ۴۵

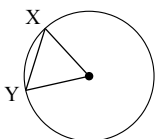
۶. یک مربع داخل دایره محاط شده است. اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی حاصل از رسم تمام خطوط تقارن مربع چند درجه است؟

- (۱) ۶۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۳۰  
(۴) ۹۰



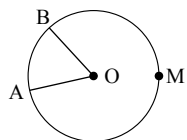
۷. شکل روبرو هشت ضلعی منتظم است. اندازه‌ی  $\widehat{A}$  برابر است با: ( $A$  مرکز دایره است)

- (۱)  $22\frac{5}{8}^\circ$   
(۲)  $45^\circ$   
(۳)  $67\frac{5}{8}^\circ$   
(۴)  $90^\circ$



۸. در شکل مقابل  $\widehat{XY} = 60^\circ$ ، اندازه‌ی وتر  $\overline{XY}$ :

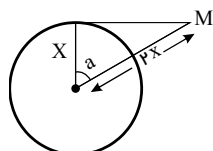
- (۱) کوچک‌تر از شعاع دایره  
(۲) بزرگ‌تر از شعاع دایره  
(۳) مساوی شعاع دایره  
(۴) بستگی به شعاع ندارد.



۹. اگر در شکل مقابل  $\widehat{AMB} = 4\widehat{AB}$  باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی  $\widehat{AOB}$  چند درجه است؟

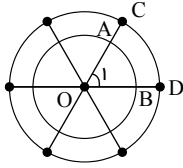
- (۱)  $60^\circ$   
(۲)  $90^\circ$   
(۳)  $72^\circ$   
(۴)  $75^\circ$

۱۰. مقدار  $a$  چند درجه است؟



- (۱)  $30^\circ$   
(۲)  $60^\circ$   
(۳)  $45^\circ$   
(۴)  $75^\circ$

۱۱. در شکل مقابل دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۳ سانتی‌متر رسم شده است. اگر  $\hat{O}_1 = 60^\circ$  باشد، بین طول کمان‌های  $\widehat{CD}$  و  $\widehat{AB}$  کدام رابطه برقرار است؟



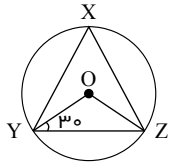
کدام رابطه برقرار است؟

(۱) طول  $\widehat{CD}$  = طول  $\widehat{AB}$

(۲) طول  $\widehat{CD}$  < طول  $\widehat{AB}$

(۳) طول  $\widehat{CD}$  = ۲ طول  $\widehat{AB}$

(۴) طول  $\widehat{CD}$  = ۳ طول  $\widehat{AB}$



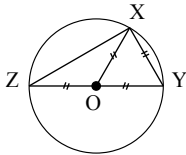
۱۲. در شکل زیر O مرکز دایره است. کمان  $\widehat{YZ}$  کدام گزینه است؟

(۱)  $140^\circ$

(۲)  $90^\circ$

(۳)  $100^\circ$

(۴)  $120^\circ$



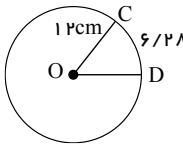
۱۳. در شکل زیر مثلث متساوی‌الاضلاع است. مقدار  $\widehat{XOZ}$  و  $\widehat{XYZ}$  به ترتیب کدام گزینه است؟

(۱)  $30^\circ, 150^\circ$

(۲)  $60^\circ, 120^\circ$

(۳)  $90^\circ, 60^\circ$

(۴)  $40^\circ, 140^\circ$



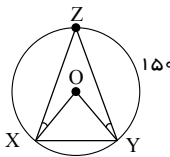
۱۴. شعاع دایره‌ی مقابل  $12\text{cm}$  است و طول کمان  $\widehat{CD}$   $6.28\text{cm}$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{O}$  چه قدر است؟

(۱)  $30^\circ$

(۲)  $40^\circ$

(۳)  $20^\circ$

(۴)  $45^\circ$



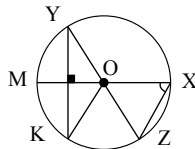
۱۵. در شکل مقابل  $\widehat{XOY}$  متساوی‌الاضلاع است. مقدار کمان  $\widehat{XZ}$  کدام گزینه است؟

(۱)  $130^\circ$

(۲)  $140^\circ$

(۳)  $150^\circ$

(۴)  $160^\circ$



۱۶. اگر O مرکز دایره باشد و کمان  $\widehat{YMK}$  برابر  $120^\circ$  باشد، زاویه‌ی  $\widehat{KOZ}$  چند درجه است؟

(۱)  $60^\circ$

(۲)  $45^\circ$

(۳)  $80^\circ$

(۴)  $65^\circ$

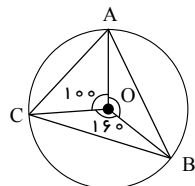
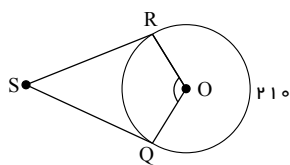
۱۷. در شکل زیر  $\widehat{SR}$  و  $\widehat{SQ}$  دو خط مماس بر دایره هستند و O مرکز دایره است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{S}$  کدام گزینه است؟

(۱)  $20^\circ$

(۲)  $40^\circ$

(۳)  $30^\circ$

(۴)  $60^\circ$



۱۸. در شکل زیر اندازه‌ی کمان  $\widehat{AB}$  برابر است با:

(۱)  $100^\circ$

(۲)  $50^\circ$

(۳)  $55^\circ$

(۴)  $110^\circ$

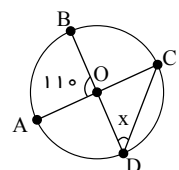
۱۹. در شکل زیر O مرکز دایره است. زاویه‌ی D چند درجه است؟

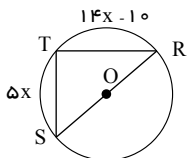
(۱)  $35^\circ$

(۲)  $40^\circ$

(۳)  $38^\circ$

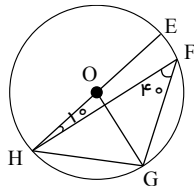
(۴)  $42^\circ$





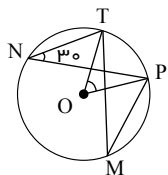
۲۰. در دایره  $O$  مرکز دایره است.  $\widehat{TR} = \widehat{TS}$ ، کمان  $\widehat{TR}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $100^\circ$   
 (۲)  $130^\circ$   
 (۳)  $150^\circ$   
 (۴)  $120^\circ$



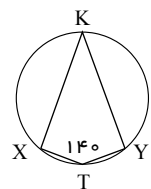
۲۱. در شکل مقابل کمان  $\widehat{FG}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $100^\circ$   
 (۲)  $80^\circ$   
 (۳)  $90^\circ$   
 (۴)  $70^\circ$



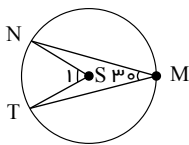
۲۲. در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره است. اندازه‌های  $M$  و  $O$  به ترتیب کدام گزینه است؟

- (۱)  $30^\circ, 30^\circ$   
 (۲)  $60^\circ, 30^\circ$   
 (۳)  $80^\circ, 40^\circ$   
 (۴)  $60^\circ, 60^\circ$



۲۳. در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{K}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $80^\circ$   
 (۲)  $60^\circ$   
 (۳)  $40^\circ$   
 (۴)  $70^\circ$

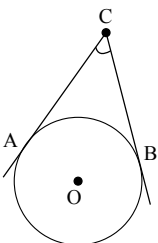


۲۴. با توجه به شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{S_1}$  چند درجه است؟

- (۱)  $30^\circ$   
 (۲)  $40^\circ$   
 (۳)  $60^\circ$   
 (۴)  $80^\circ$

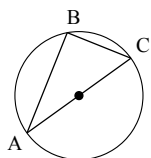
۲۵. در شکل مقابل  $\widehat{AB}$  چند درجه است؟  $\widehat{C} = 50^\circ$

- (۱)  $100^\circ$   
 (۲)  $110^\circ$   
 (۳)  $120^\circ$   
 (۴)  $130^\circ$



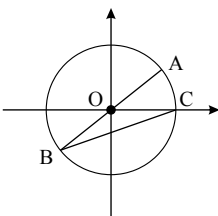
۲۶. در شکل زیر مثلث  $\triangle ABC$  چه نوع مثلثی است؟

- (۱) متساوی‌الساقین  
 (۲) مختلف‌الاضلاع  
 (۳) قائم‌الزاویه  
 (۴) متساوی‌الاضلاع



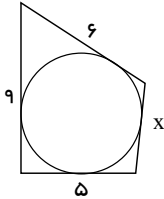
۲۷. در شکل مقابل  $\widehat{KZ} = \widehat{KX}$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{Z}$  چند درجه است؟

- (۱)  $30^\circ$   
 (۲)  $25^\circ$   
 (۳)  $50^\circ$   
 (۴)  $20^\circ$



۲۸. در شکل مقابل مرکز دایره و مختصات  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{B}$  برابر است با:

- (۱)  $45^\circ$   
 (۲)  $30^\circ$   
 (۳)  $22,5^\circ$   
 (۴)  $22^\circ$



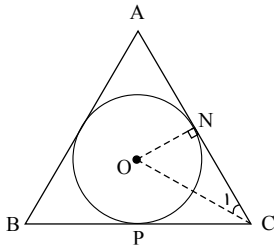
۲۹. در شکل مقابل با توجه به اعداد داده شده مقدار  $x$  چقدر است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۳۰. خط  $L$  به فاصله  $5\text{cm}$  از نزدیک ترین نقطه روی محیط دایره  $N$  به مرکز  $O$  و شعاع  $2\text{cm}$  قرار دارد. چند نقطه از دایره وجود دارد که تا خط  $L$  به فاصله  $9\text{cm}$  است؟

- (۱) هیچ نقطه‌ای  
(۲) یک نقطه  
(۳) دو نقطه  
(۴) سه نقطه

۳۱. مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع و اضلاع آن بر دایره مماس‌اند. اگر شعاع دایره  $1\text{cm}$  باشد، نصف محیط مثلث چند سانتی‌متر است؟



- (۱)  $6\text{cm}$   
(۲)  $5,1\text{cm}$   
(۳)  $4,7\text{cm}$   
(۴)  $3,7\text{cm}$

۳۲. قطر دو دایره  $10$  و  $16$  سانتی‌متر و طول خط‌المركزین  $13\text{cm}$  است. دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

- (۱) متناظر  
(۲) مماس داخلی  
(۳) متقاطع  
(۴) مماس خارجی

۳۳. اگر محیط دایره‌ی اول  $20\pi$  سانتی‌متر مربع و مساحت دایره‌ی دوم  $16\pi$  سانتی‌متر مربع و طول خط‌المركزین این دو دایره  $20\text{cm}$  باشد وضعیت این دو دایره نسبت به هم چگونه است؟

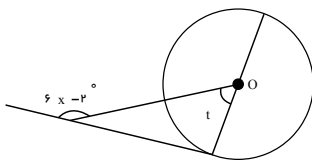
- (۱) مماس داخلی  
(۲) متخارج  
(۳) متداخل  
(۴) متقاطع

۳۴. محیط یک دایره  $40\text{cm}$  است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $N$  از مرکز آن،  $12\text{cm}$  باشد، این نقطه و دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

- (۱) نقطه داخل دایره است.  
(۲) نقطه روی دایره است.  
(۳) نقطه خارج دایره است.  
(۴) نقطه روی مرکز دایره است.

۳۵. قطر دایره‌ای  $40\%$  قطر دایره‌ی دیگر است. مساحت دایره‌ی کوچک چند درصد مساحت دایره‌ی بزرگ است؟

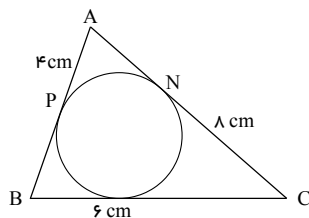
- (۱)  $16\%$   
(۲)  $10\%$   
(۳)  $25\%$   
(۴)  $40\%$



۳۶. در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره است. کدام رابطه صحیح است؟

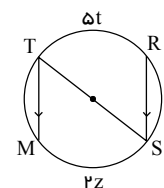
- (۱)  $x = 2x + 92^\circ$   
(۲)  $t = 6x + 92^\circ$   
(۳)  $x = 2x - 92^\circ$   
(۴)  $t = 6x - 92^\circ$

۳۷. در شکل مقابل هر سه ضلع مثلث بر دایره مماس است. محیط مثلث کدام گزینه است؟

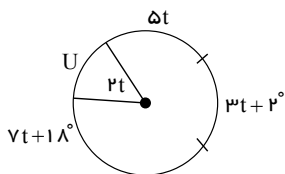


- (۱)  $24\text{cm}$   
(۲)  $36\text{cm}$   
(۳)  $48\text{cm}$   
(۴)  $72\text{cm}$

۳۸. در شکل روبرو  $TM \neq RS$ ، رابطه‌ی بین  $t$  و  $z$  کدام گزینه است؟

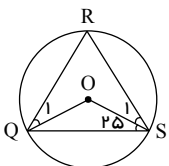


- (۱)  $5z = 2,5t$   
(۲)  $10t = 5z$   
(۳)  $5t = 10z$   
(۴)  $z = 2,5t$



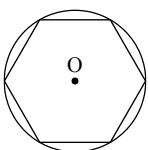
۳۹. در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره است.  $u - 4t$  کدام گزینه است؟

- (۱) ۲۰  
(۲) ۱۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۳۰



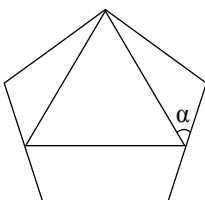
۴۰. در شکل زیر مثلث  $RQS$  متساوی الاضلاع است. زاویه‌ی  $\widehat{O}$  و  $\widehat{Q}$  و  $\widehat{RS}$  به ترتیب کدامند؟

- (۱) ۱۲۰، ۲۵، ۱۳۰  
(۲) ۱۱۰، ۲۵، ۱۲۰  
(۳) ۱۲۰، ۳۵، ۱۳۰  
(۴) ۱۲۰، ۳۵، ۱۲۰



۴۱. یک شش ضلعی منتظم در دایره‌ای محاط است. نسبت طول یک کمان به ضلع شش ضلعی برابر است با:

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$   
(۲)  $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$   
(۳)  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$   
(۴)  $\frac{3}{\pi}$



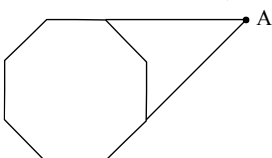
۴۲. در پنج ضلعی منتظم مقابل مثلث متساوی الاضلاع محاط شده است. مقدار  $\alpha$  چه قدر است؟

- (۱) ۲۴°  
(۲) ۴۸°  
(۳) ۳۲°  
(۴) ۴۱°

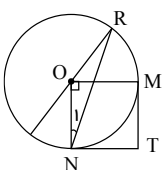
۴۳. در دایره‌ای به قطر  $AB$  وتر  $CD$  را موازی  $AB$  رسم کرده‌ایم، اندازه‌ی  $\widehat{ACD} - \widehat{ADC}$  برابر است با:

- (۱) ۶۰°  
(۲) ۴۵°  
(۳) ۳۰°  
(۴) ۹۰°

۴۴. دو تا از اضلاع یک ۸ ضلعی منتظم را ادامه داده‌ایم تا با یکدیگر در نقطه‌ی  $A$  برخورد کنند، زاویه‌ی  $A$  چند درجه است؟

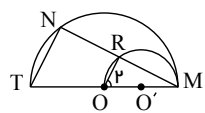


- (۱) ۳۰°  
(۲) ۶۰°  
(۳) ۶۷٫۵°  
(۴) ۴۵°



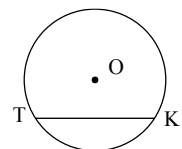
۴۵. در شکل مقابل چهارضلعی  $MNTO$  مربع و  $\widehat{RM} = 45^\circ$  می‌باشد. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{N}$  چه قدر است؟

- (۱) ۴۰°  
(۲) ۲۵°  
(۳) ۲۲٫۵°  
(۴) ۵۰°



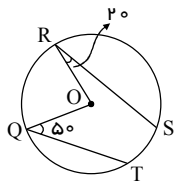
۴۶. در شکل مقابل  $\widehat{TN} = \widehat{OM}$  است.  $\widehat{O}$  چه قدر است؟

- (۱) ۳۰°  
(۲) ۴۵°  
(۳) ۶۰°  
(۴) ۹۰°



۴۷. شکل مقابل وتر  $TK$  برابر با شعاع دایره است. کمان  $\widehat{TK}$  برابر با کدام گزینه است؟

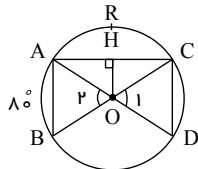
- (۱) ۹۰°  
(۲) ۶۰°  
(۳) ۳۰°  
(۴) ۴۵°



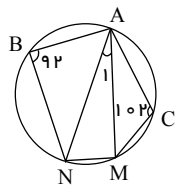
۴۸. در شکل مقابل  $\widehat{TS} + \widehat{QR}$  چند درجه است؟

- (۱)  $120^\circ$   
 (۲)  $130^\circ$   
 (۳)  $110^\circ$   
 (۴)  $140^\circ$

۴۹. در شکل مقابل اندازهی  $\widehat{AR}$  و  $\widehat{HO}$  به ترتیب کدامند؟ (وتر  $AC = 8cm$  و شعاع  $5cm$ .)



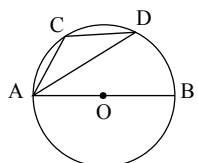
- (۱)  $3cm, 100^\circ$   
 (۲)  $3cm, 50^\circ$   
 (۳)  $4cm, 50^\circ$   
 (۴)  $4cm, 100^\circ$



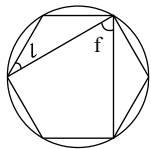
۵۰. در شکل مقابل زاویهی  $A_1$  برابر است با:

- (۱)  $12^\circ$   
 (۲)  $18^\circ$   
 (۳)  $14^\circ$   
 (۴)  $16^\circ$

۵۱. در دایره‌ای به قطر  $AB$ ، وتر  $CD$  را موازی  $AB$  رسم کرده‌ایم. به طوری که  $\widehat{CD} = 40^\circ$ ، اندازهی  $\widehat{ACD}$  برابر است با:

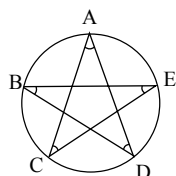


- (۱)  $120^\circ$   
 (۲)  $100^\circ$   
 (۳)  $125^\circ$   
 (۴)  $135^\circ$



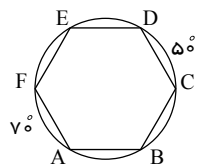
۵۲. در شکل مقابل یک شش ضلعی منتظم در دایره‌ای محاط شده است. مقدار  $\frac{i}{f}$  کدام گزینه است؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۲  
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $\frac{1}{3}$



۵۳. در شکل زیر مجموع زوایای  $A, B, C, D, E$  برابر است با:

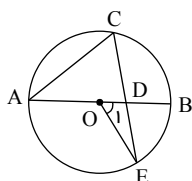
- (۱)  $360^\circ$   
 (۲)  $180^\circ$   
 (۳)  $90^\circ$   
 (۴)  $540^\circ$



۵۴. در شکل مقابل اندازهی  $\widehat{B} + \widehat{E}$  چند درجه است؟

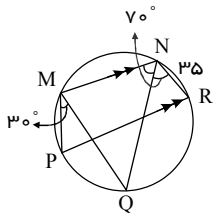
- (۱)  $180^\circ$   
 (۲)  $200^\circ$   
 (۳)  $220^\circ$   
 (۴)  $240^\circ$

۵۵. در شکل زیر O مرکز دایره و  $\widehat{A} = 40^\circ$  و  $\widehat{AOE} = 120^\circ$  است. زاویهی  $\widehat{BDE}$  چند درجه است؟



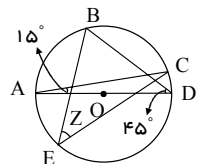
- (۱)  $60^\circ$   
 (۲)  $70^\circ$   
 (۳)  $80^\circ$   
 (۴)  $90^\circ$

۵۶. در شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌ی  $Q$  کدام گزینه است؟



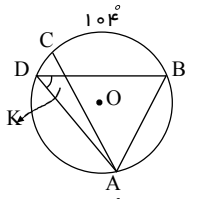
- (۱)  $45^\circ$   
 (۲)  $50^\circ$   
 (۳)  $55^\circ$   
 (۴)  $60^\circ$

۵۷. در شکل مقابل کدام  $Z$  کدوم گزینه است؟



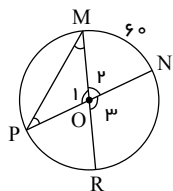
- (۱)  $35^\circ$   
 (۲)  $45^\circ$   
 (۳)  $30^\circ$   
 (۴)  $40^\circ$

۵۸. در شکل زیر مقدار  $K$  کدام گزینه است؟  $AB = AC$



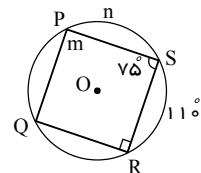
- (۱)  $128^\circ$   
 (۲)  $64^\circ$   
 (۳)  $126^\circ$   
 (۴)  $60^\circ$

۵۹. در شکل مقابل مقدار  $\widehat{MP}$  و  $\widehat{OP}$  به ترتیب کدام گزینه است؟ ( $O$  مرکز دایره است)



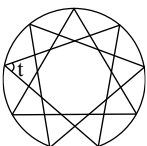
- (۱)  $60^\circ, 60^\circ$   
 (۲)  $120^\circ, 60^\circ$   
 (۳)  $120^\circ, 120^\circ$   
 (۴)  $60^\circ, 120^\circ$

۶۰. در شکل مقابل  $\frac{m}{n}$  کدام گزینه است؟



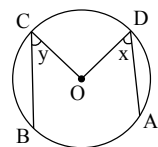
- (۱)  $0,8$   
 (۲)  $0,9$   
 (۳)  $0,5$   
 (۴)  $0,6$

۶۱. در شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{t}$  را بدست آورید.



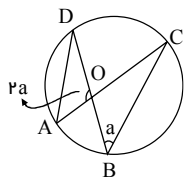
- (۱)  $45^\circ$   
 (۲)  $60^\circ$   
 (۳)  $50^\circ$   
 (۴)  $55^\circ$

۶۲. در شکل زیر مقدار  $\widehat{AB} + \widehat{CD}$  بر حسب  $x$  و  $y$  کدام گزینه است؟



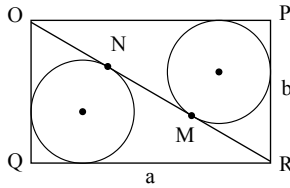
- (۱)  $x - y$   
 (۲)  $2x - 2y$   
 (۳)  $x + y$   
 (۴)  $2x + 2y$

۶۳. در شکل زیر مقدار  $a$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱)  $\frac{360}{11}$   
 (۲)  $\frac{360}{7}$   
 (۳)  $\frac{360}{13}$   
 (۴)  $\frac{360}{9}$

۶۴. چهارضلعی  $OQPR$  مستطیل و دو دایره بر طول و عرض و یک قطر مستطیل مماس هستند. اگر طول مستطیل  $x$  و عرض آن  $y$  باشد، طول  $\overline{MN}$  بر حسب  $a$  و  $b$  کدام گزینه است؟



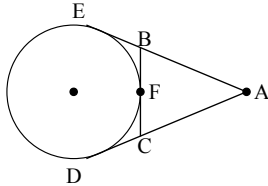
(۱)  $b - a$

(۲)  $a - b$

(۳)  $a^2 + b^2$

(۴)  $\sqrt{a^2 + b^2}$

۶۵. در شکل مقابل  $\overline{AE} = ۲۵\text{cm}$ . محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟



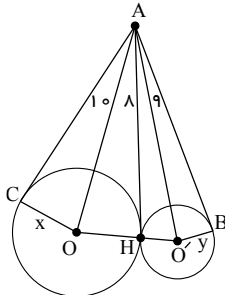
(۲) ۴۰

(۴) ۴۵

(۱) ۳۵

(۳) ۵۰

۶۶. در شکل مقابل پاره‌خط‌های  $AB$  و  $AC$  بر دایره مماس می‌باشد. طول پاره‌خط  $\overline{BO'}$  و  $\overline{CO'}$  به ترتیب کدام گزینه است؟



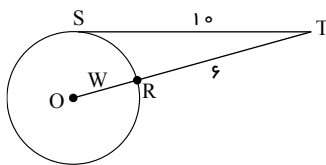
(۲)  $\sqrt{۱۳}$ ، ۵

(۴)  $\sqrt{۱۷}$ ، ۶

(۱)  $\sqrt{۱۷}$ ، ۶

(۳)  $\sqrt{۱۳}$ ، ۵

۶۷. در شکل مقابل مقدار  $W$  کدام گزینه است؟



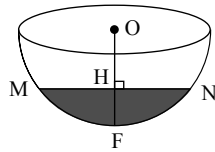
(۲)  $\frac{۱۴}{۵}$

(۴)  $\frac{۱۶}{۳}$

(۱)  $\frac{۵}{۱۴}$

(۳)  $\frac{۳}{۱۶}$

۶۸. در ظرف مقابل مقداری آب ریخته‌ایم،  $\overline{MN}$  برابر  $۱۲\text{cm}$  شده است. حداکثر عمق آب کدام گزینه است؟ (شعاع ظرف  $۱۰\text{cm}$ )



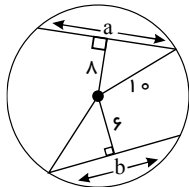
(۲)  $۳\text{cm}$

(۴)  $۱\text{cm}$

(۱)  $۴\text{cm}$

(۳)  $۲\text{cm}$

۶۹. در شکل زیر مقادیر  $a$  و  $b$  به ترتیب کدام گزینه‌اند؟



(۲) ۱۲، ۱۶

(۴) ۱۶، ۱۶

(۱) ۱۲، ۱۲

(۳) ۱۶، ۱۲

۷۰. از دایره‌ی فلزی به شعاع  $۱۲\text{m}$  یک کمان با زاویه‌ی  $۱۲۰^\circ$  بریده‌ایم و با این کمان یک دایره ساخته‌ایم. شعاع دایره‌ی جدید چقدر است؟

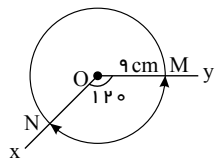
(۴)  $۳\text{m}$

(۳)  $۴\text{m}$

(۲)  $۱\text{m}$

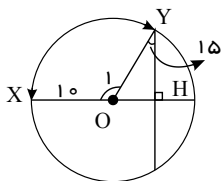
(۱)  $۲\text{m}$





۷۱. در شکل مقابل طول کمان  $\widehat{MN}$  برابر است با:

- (۱)  $6\pi$   
 (۲)  $5\pi$   
 (۳)  $4\pi$   
 (۴)  $7\pi$

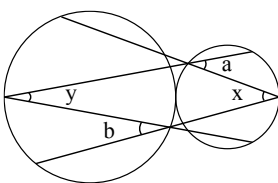


۷۲. در شکل مقابل طول کمان  $\widehat{XY}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{35}{6}\pi$   
 (۲)  $\frac{6}{35}\pi$   
 (۳)  $\frac{4}{17}\pi$   
 (۴)  $\frac{17}{4}\pi$

۷۳. در یک دایره طول کمانی با زاویه مرکزی  $60^\circ$  برابر نصف طول کمانی با زاویه مرکزی  $45^\circ$  در دایره‌ای دیگر می‌باشد. نسبت شعاع دایره‌ی کوچکتر به دایره‌ی بزرگتر کدام گزینه است؟

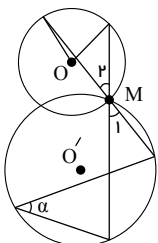
- (۱)  $\frac{2}{8}$   
 (۲)  $\frac{1}{5}$   
 (۳)  $\frac{3}{5}$   
 (۴)  $\frac{3}{8}$



۷۴. در شکل مقابل مجموع  $y$  و  $x$  بر حسب  $a$  و  $b$  کدام گزینه است؟

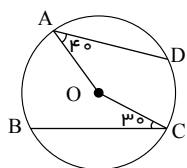
- (۱)  $a - b$   
 (۲)  $a + b$   
 (۳)  $-a - b$   
 (۴)  $-a + b$

۷۵. در شکل مقابل مقدار  $\alpha$  چند درجه است؟  $\hat{O} = 60^\circ$



- (۱)  $60^\circ$   
 (۲)  $30^\circ$   
 (۳)  $45^\circ$   
 (۴)  $15^\circ$

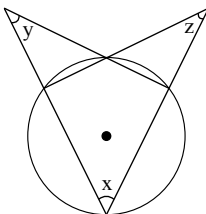
۷۶. در شکل مقابل، نقطه‌ی  $O$  مرکز دایره است. با توجه به اندازه‌های روی شکل مجموع دو کمان  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  برابر است با:



- (۱)  $220^\circ$   
 (۲)  $140^\circ$   
 (۳)  $170^\circ$   
 (۴)  $180^\circ$

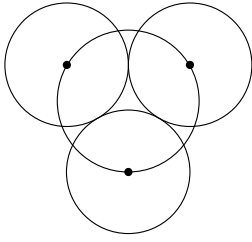
۷۷.

باتوجه به شکل مقدار  $x$  کدام گزینه است؟



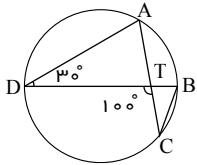
- (۱)  $x + y + z = 180^\circ$   
 (۲)  $2x + y + z = 180^\circ$   
 (۳)  $3x + 2y + 2z = 270^\circ$   
 (۴)  $3x + y + z = 180^\circ$

۷۸. سه دایره مساوی به شعاع  $12\text{cm}$ ، دو به دو مماس خارجی هستند. اگر دایره‌ای رسم کنیم که از مرکز این سه دایره عبور کند، مساحت آن کدام است؟



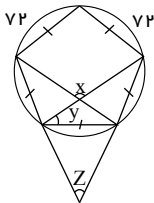
- (۱)  $170\pi$   
 (۲)  $188\pi$   
 (۳)  $192\pi$   
 (۴)  $160\pi$

۷۹. در شکل روبرو زاویه‌ی  $B$  کدام گزینه است؟



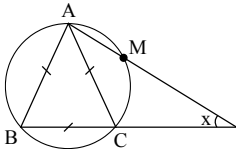
- (۱)  $65^\circ$   
 (۲)  $40^\circ$   
 (۳)  $60^\circ$   
 (۴)  $70^\circ$

۸۰. در شکل مقابل  $(x - y - z)$  برابر است با:



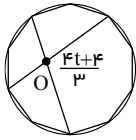
- (۱)  $36^\circ$   
 (۲)  $108^\circ$   
 (۳)  $72^\circ$   
 (۴)  $180^\circ$

۸۱. در شکل مقابل نقطه‌ی  $M$  وسط کمان  $AC$  است زاویه‌ی  $x$  برابر است با:



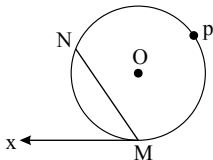
- (۱)  $30^\circ$   
 (۲)  $20^\circ$   
 (۳)  $60^\circ$   
 (۴)  $45^\circ$

۸۲. در شکل مقابل یک ده ضلعی در دایره محاط شده است. مقدار  $t$  کدام گزینه است؟



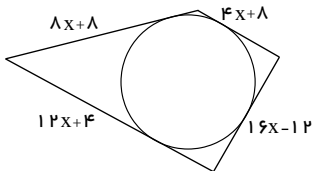
- (۱)  $80$   
 (۲)  $85$   
 (۳)  $90$   
 (۴)  $95$

۸۳. در شکل مقابل  $\widehat{NM}x = 6m + 20^\circ$  و  $\widehat{NPM} = 18m + 80^\circ$ ، اندازه‌ی کمان  $\widehat{MN}$  کدام گزینه است؟



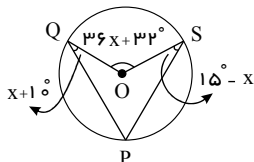
- (۱)  $120^\circ$   
 (۲)  $125^\circ$   
 (۳)  $136^\circ$   
 (۴)  $140^\circ$

۸۴. مقدار  $x$  در شکل مقابل کدام گزینه است؟



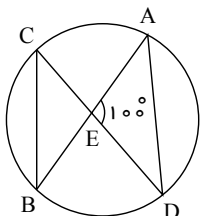
- (۱)  $4$   
 (۲)  $3$   
 (۳)  $2$   
 (۴)  $1$

۸۵. در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره است. اندازه‌ی کمان  $\widehat{QPS}$  کدام گزینه است؟



- (۱)  $300^\circ$   
 (۲)  $290^\circ$   
 (۳)  $280^\circ$   
 (۴)  $310^\circ$

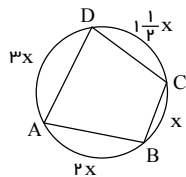
۸۶. با توجه به شکل، طول کمان  $BD$  برابر  $\frac{1}{4}$  محیط دایره است. اگر  $\hat{E} = 100^\circ$  باشد. اندازه ی  $\widehat{AC}$  کدام است؟



- (۲)  $60^\circ$   
(۴)  $70^\circ$

- (۱)  $65^\circ$   
(۳)  $35^\circ$

۸۷. با توجه به شکل مقابل،  $\hat{D} + \hat{A}$  چند درجه است؟



- (۲)  $264$   
(۴)  $144$

- (۱)  $132$   
(۳)  $110$

۸۸. علی با قسمتی از دایره ای به شعاع ۱۵ سانتی متر، مخروطی به قطر قاعده ۱۸ سانتی متر ساخته است. ارتفاع این مخروط کدام است؟

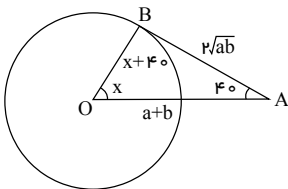
(۴)  $\sqrt{99}$

- (۳)  $144$

- (۲)  $12$

- (۱)  $6$

۸۹. با توجه به شکل اگر  $O$  مرکز دایره باشد، طول  $OB$  کدام است؟ ( $a > b > 0$ )



- (۱)  $a - b$

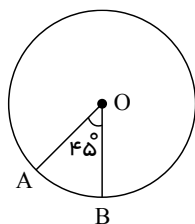
- (۲)  $4ab$

- (۳)  $a + \frac{1}{2}b$

- (۴)

$\sqrt{2a + 2b}$

۹۰. در شکل مقابل  $O$  مرکز و شعاع دایره ۲ سانتی متر است. طول کمان  $AB$  چند سانتی متر است؟



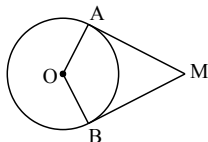
- (۲)  $3,14$   
(۴)  $1,57$

( $\pi = 3,14$ )

- (۱)  $12,56$

- (۳)  $2,18$

۹۱. از نقطه ی  $M$  دو مماس بر دایره رسم کرده ایم. اگر محیط چهارضلعی  $AOBM$  برابر با شعاع دایره  $28cm$  باشد. فاصله ی نقطه ی  $M$  تا مرکز دایره کدام است؟



- (۲)  $10$

- (۴)  $20$

- (۱)  $2\sqrt{2}$

- (۳)  $8$

۱. گزینه ۴

$$\widehat{O}_1 = 180 - \frac{135}{90+45} = 45 \quad x = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 45 + 60 = 105^\circ$$

$$\widehat{O}_2 = 180 - \frac{120}{90+30} = 60$$

۲. گزینه ۱

$$\widehat{MTN} = 180 \Rightarrow \widehat{u} = \widehat{MTN} - \widehat{TN} \Rightarrow \widehat{u} = 180 - 45 = 135$$

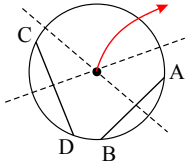
۳. گزینه ۲

$$\frac{\widehat{MN}}{\widehat{NT}} = \frac{3}{4} = \frac{60}{80}$$

$$\frac{\widehat{NT}}{\widehat{MT}} = \frac{4}{7} = \frac{80}{140}$$

۴. گزینه ۳ برای پیدا کردن مرکز دایره‌ای که نامعلوم است کافیست خط تقارن (عمودمنصف) دو وتر متقاطع (غیر موازی) آن را ترسیم کنیم و محل برخورد این دو خط تقارن مرکز دایره خواهد بود.

محل برخورد خطوط تقارن مرکز دایره است.

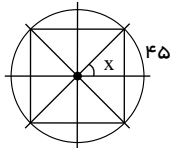


۵. گزینه ۴ چون محیط دایره به ۸ قسمت تقسیم شده هر کمان  $\frac{360}{8} = 45^\circ$  درجه است و زاویه‌ی  $x$  یک زاویه‌ی مرکزی است.

و برابر کمان مقابلش است.

۶. گزینه ۲

مربع ۴ خط تقارن دارد که با رسم تمامی آنها دایره به ۸ قسمت تقسیم می‌شود بنابراین زاویه‌ی مرکزی  $x$  برابر کمان مقابلش خواهد بود:



$$\hat{x} = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

۷. گزینه ۲

$$\hat{A} = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

۸. گزینه ۳

$$\widehat{O} = \widehat{XY} = 60^\circ \Rightarrow \overline{OX} = \overline{OY} \Rightarrow \hat{x} + \hat{y} = 180 - 60 = 120$$

$$\Rightarrow \widehat{X} = \widehat{Y} = \frac{120}{2} = 60 \Rightarrow \widehat{X} = \widehat{Y} = \widehat{O} = 60$$

$$\Rightarrow \overline{XO} = \overline{OY} = \overline{XY}$$

۹. گزینه ۳ وقتی  $\frac{AMB}{AB} = \frac{4}{1}$  باشد، پس کل دایره به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین اندازه‌ی کمان  $\widehat{AB} = 72^\circ$  است که زاویه‌ی مرکزی مقابل آن  $(\widehat{AOB} = 72^\circ)$  خواهد بود.

۱۰. گزینه ۲ چون مثلث قائم الزاویه است بنابراین ضلعی که روبروی زاویه  $30^\circ$  درجه باشد نصف وتر است بنابراین زاویه  $\widehat{M} = 30^\circ$  پس:

$$\widehat{a} = 180 - \frac{120}{\cancel{30+90}} \Rightarrow \widehat{a} = 60$$

۱۱. گزینه ۴

$$\widehat{AB} \text{ طول} = \frac{1}{6} \times \frac{1 \times 2 \times 3,14}{1} = \frac{3,14}{3}$$

$$\widehat{CD} \text{ طول} = \frac{1}{6} \times \frac{3 \times 2 \times 3,14}{1} = 3,14 \rightarrow 3,14 \div \frac{3,14}{3} = 3,14 \times \frac{3}{3,14} = 3$$

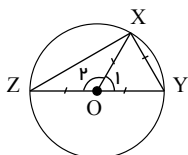
$$\widehat{CD} = 3\widehat{AB}$$

۱۲. گزینه ۴ چون  $OZ = OY =$  شعاع دایره هستند و مثلث  $OYZ$  متساوی الساقین است، بنابراین زاویه  $\widehat{Z} = \widehat{Y} = 30^\circ$  درجه است.

$$\widehat{O} = 180 - \frac{60}{\cancel{30+30}} = 120^\circ \text{ پس:}$$

۱۳. گزینه ۲

چون مثلث  $O_1XY$  مثلث متساوی الاضلاع است.



$$\widehat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{XY} = \widehat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{XOZ} = 180 - 60 = 120^\circ$$

۱۴. گزینه ۱ ۱- ابتدا محیط کل دایره را بدست می آوریم:

$$PO = 12 \times 2 \times 3,14 = 75,36 \text{ cm}$$

۲- سپس آن را بر طول کمان  $\widehat{CD}$  تقسیم می کنیم.

$$\widehat{CD} = 6,28$$

$$\frac{PO}{\widehat{CD}} = \frac{75,36}{6,28} = 12$$

نسبت طول کمان  $\widehat{CD}$  به محیط دایره  $\frac{1}{12}$  است.

از آنجائیکه محیط دایره  $360^\circ$  است،  $\frac{1}{12}$  آن  $30^\circ$  درجه است.

۱۵. گزینه ۳ چون  $XOY$  متساوی الاضلاع است پس تمام زوایای داخلی آن از جمله زاویه  $\widehat{O}$  برابر با  $60^\circ$  درجه است، پس کمان  $\widehat{XY} = 60^\circ$  است.

$$\widehat{XZ} = 360 - \frac{210}{\cancel{150+60}} = 150^\circ$$

۱۶. گزینه ۱

$$\widehat{KZ} = 360 - \frac{300}{\cancel{120+180}} \Rightarrow KZ = 60 \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{KZ} = 60$$

۱۷. گزینه ۳ برای بدست آوردن زاویه  $S$  بایستی  $\widehat{O}$  را پیدا کنیم.

از آنجائیکه  $SR$  و  $SQ$  مماس هستند با شعاع زاویه  $90^\circ$  ایجاد کرده اند. پس:

$$\widehat{RQ} = 360 - 210 = 150 \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{RQ} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{S} = 360 - \frac{330}{(90 + 90 + 150)} = 30$$

گزینه ۱۸

$$\widehat{O}_1 = 100 \rightarrow \widehat{AC} = 100$$

$$\widehat{O}_2 = 160 \rightarrow \widehat{BC} = 160$$

$$\widehat{AB} = 360 - \frac{260}{(100 + 160)} = 100$$

گزینه ۱۹

$$\widehat{AB} = \widehat{O}_1 = 110$$

$$\widehat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{AB}}{2} = \frac{180 - 110}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

گزینه ۲۰

$$5x + 14x - 10 = 180 \Rightarrow 19x - 10 = 180 \Rightarrow 19x = 180 + 10 \Rightarrow 19x = 190 \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

$$\widehat{TR} = 14 \times 10 - 10 = 140 - 10 = 130$$

گزینه ۲۱

$$\widehat{EF} = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow \widehat{HG} = 2 \times F = 2 \times 40 = 80 \Rightarrow \widehat{FG} = 180 - (\widehat{HG} + \widehat{EF})$$

$$\widehat{FG} = 180 - (80 + 20) = 80$$

گزینه ۲۲ زاویای محاطی  $N$  و  $M$  مقابل کمان مشترک  $TP$  هستند و به اندازه‌ی نصف کمان  $TP$  می‌باشند.زاویه‌ی مرکزی  $O$  نیز مقابل کمان مشترک  $TP$  است و برابر با اندازه‌ی کمان  $TP$  می‌باشد. پس داریم:

$$\widehat{N} = \widehat{M} = 30 \Rightarrow \widehat{TP} = 2 \times 30 = 60 \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{TP} = 60^\circ$$

گزینه ۲۳

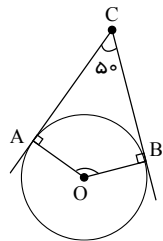
$$\widehat{XKY} = 2 \times \widehat{K} = 2 \times 140 = 280^\circ \Rightarrow \widehat{XTY} = 360 - 280 = 80^\circ \Rightarrow \widehat{K} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

گزینه ۲۴

$$\widehat{NT} = 2 \times \widehat{M} = 2 \times 30 = 60 \Rightarrow \widehat{S}_1 = \widehat{NT} = 60^\circ$$

گزینه ۲۵ با توجه به مماس بودن  $\overline{BC}$  و  $\overline{AC}$  بر دایره داریم:

$$\widehat{O} = 360 - \frac{230}{(50 + 90 + 90)} = 130 \Rightarrow \widehat{AB} = 130^\circ$$



گزینه ۲۶

$$\widehat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \rightarrow \Delta ABC \text{ مثلث قائم الزاویه است.}$$

گزینه ۲۷

$$\widehat{KZ} = \widehat{KX} \rightarrow \widehat{KZ} = \widehat{KX} = \frac{360^\circ - 100^\circ}{2} = \frac{260^\circ}{2} = 130^\circ \rightarrow \widehat{XZ} = \hat{O} = 100^\circ$$

$$\widehat{ZOK} = \frac{360 - 100}{2} = \frac{260}{2} = 130 \rightarrow 2\hat{Z} = 180 - 130 \rightarrow Z = 50 \div 2 = 25$$

چون  $\widehat{OK}$  و  $\widehat{OZ}$  شعاع‌های دایره‌اند و مثلث  $\triangle KOZ$  متساوی‌الساقین است و زوایای  $\hat{K}$  و  $\hat{Z}$  با هم برابرند.

گزینه ۲۸ چون مختصات  $A \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  است، روی نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم است. بنابراین زاویه‌ی  $\widehat{AOC} = 45^\circ$  است و چون

زاویه‌ی مرکزی است پس کمان  $\widehat{AC} = 45$  خواهد بود.

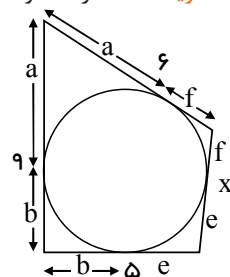
$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{45}{2} = 22,5^\circ$$

گزینه ۲۹ هرگاه دو مماس از یک نقطه بر دایره رسم شود طول این دو مماس با هم برابر است.

$$\begin{cases} a + f = 6 \\ a + b = 9 \\ b + e = 5 \end{cases}$$

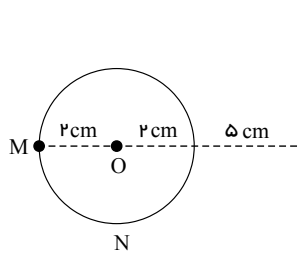
$$2a + 2b + e + f = 20$$

$$2(a + b) + e + f = 20 \xrightarrow{a+b=9} 2 \times 9 + e + f = 20 \rightarrow e + f = 20 - 18 = 2$$



گزینه ۳۰

نقطه‌ی  $M$  در فاصله‌ی ۹ سانتی‌متری از خط  $L$  قرار دارد.



گزینه ۳۱

$$\hat{C}_1 = \frac{60}{2} = 30^\circ, \triangle OCN \xrightarrow{\text{قائم الزاویه}} \overline{OC} = 2 \times \overline{ON} = 2 \times 1 = 2$$

$$\text{فیثاغورس} \rightarrow \overline{NC}^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \rightarrow \overline{NC} = \sqrt{3} \Rightarrow \overline{AC} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

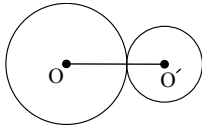
$$\text{محیط مثلث } P\Delta = 2\sqrt{3} \times 3 = 6\sqrt{3} = 6 \times 1,7 = 10,2 \text{ cm}$$

$$P\Delta \text{ نصف} = \frac{10,2}{2} = 5,1 \text{ cm}$$

گزینه ۳۲

$$\text{شعاع دایره‌ی بزرگتر} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{شعاع دایره‌ی کوچکتر} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$



خط‌المركزين: پاره‌خطی است که مرکز دو دایره را بهم وصل می‌کند.  $\overline{OO'}$

پس دو دایره مماس خارجی‌اند.  $\overline{OO'} = 13\text{cm} = r + r' \rightarrow$

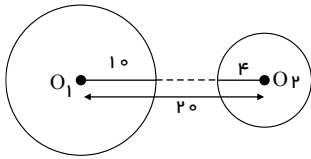
گزینه ۲

$$P_0 = 20\pi \rightarrow \text{قطر} = \frac{20\pi}{\pi} = 20 \rightarrow r_1 = \frac{20}{2} = 10\text{cm}$$

$$S_0 = \pi r_2^2 = 16\pi \rightarrow r_2^2 = 16 \rightarrow \boxed{r_2 = 4}$$

$$\text{مجموع شعاع‌ها} = r_1 + r_2 = 10 + 4 = 14$$

خط‌المركزين  $14 >$

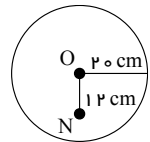


مجموع شعاع‌های دو دایره از خطی که مراکز دو دایره را بهم وصل می‌کند بزرگتر است، پس دو دایره نسبت بهم متخارج و غیر متقاطع هستند.

گزینه ۱

$$P_0 = 40\pi = 2\pi r$$

$$2r = \frac{40\pi}{\pi} = 40 \rightarrow r = \frac{40}{2} = 20$$



گزینه ۱

$$\text{قطر دایره‌ی اول} = d_1 = \frac{40}{100} \times d_2 \text{ (قطر دایره‌ی دوم)} \rightarrow r_1 = \frac{40}{100} r_2 \rightarrow r_1 = \frac{2}{5} r_2$$

$$S_1 = \pi r_1^2 = \pi \left(\frac{2}{5} r_2\right)^2$$

$$S_2 = \pi r_2^2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi \left(\frac{2}{5} r_2\right)^2}{\pi r_2^2} = \frac{\frac{4}{25} r_2^2}{r_2^2} = \frac{4 r_2^2}{25 r_2^2} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100}$$

×۴

گزینه ۴ اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی هر مثلث برابر است با مجموع دو زاویه‌ی خارجی غیر مجاور. پس:

$$6x - 20^\circ = t + 90 \Rightarrow -t = -6x + 2 + 90 \Rightarrow -t = -6x + 92 \Rightarrow t = 6x - 92$$

گزینه ۲ با توجه به اینکه از نقاط A، B و C سه خط (سه ضلع مثلث) بر دایره مماس است و طول دو مماس از یک نقطه بر

دایره با هم برابر است خواهیم داشت:

$$\overline{AP} = \overline{AN} = 2\text{cm}$$

$$\rightarrow AB = 4 + 6 = 10$$

$$\overline{BP} = \overline{BM} = 6\text{cm}$$

$$BC = 6 + 8 = 14$$

$$\overline{CM} = \overline{CN} = 8\text{cm}$$

$$AC = 8 + 4 = 12$$

$$\Rightarrow P_{\Delta} = 10 + 14 + 12 = 36\text{cm}$$



۳۸. گزینه ۴ با توجه به اینکه فاصله ی بین خطوط موازی همواره مقداری ثابت است و در تمام نقاط مساوی است. بنابراین کمان

$$\widehat{MS} = \widehat{TR} \text{ یعنی } ۲z = ۵t$$

پس خواهیم داشت:

$$۲z = ۵t \Rightarrow \frac{z}{t} = \frac{۵}{۲} \rightarrow z = \frac{۵}{۲}t \Rightarrow z = ۲,۵t$$

۳۹. گزینه ۳ با توجه به شکل داریم:  $u = ۲t$

و مجموع کمان های محیط دایره برابر است با ۳۶۰. پس:

$$۵t + ۳t + ۲ + ۷t + ۱۸ + u = ۳۶۰ \Rightarrow ۱۵t + ۲۰ + u = ۳۶۰$$

$$\Rightarrow ۱۵t + ۲۰ + ۲t = ۳۶۰ \Rightarrow ۱۷t = ۳۶۰ - ۲۰$$

$$۱۷t = ۳۴۰ \Rightarrow t = \frac{۳۴۰}{۱۷} = ۲۰ \rightarrow u = ۲ \times ۲۰ = ۴۰$$

$$\Rightarrow ۴t - u = ۴ \times ۲۰ - ۴۰ = ۸۰ - ۴۰ = ۴۰$$

۴۰. گزینه ۳ چون مثلث  $OQS$  یک مثلث متساوی الساقین است بنابراین:  $\widehat{Q}_۲ = \widehat{S}_۲ = ۲۵^\circ$

$$\widehat{Q}_۲ = ۲۵^\circ \rightarrow \widehat{O} = ۱۸۰ - (۲۵ + ۲۵) = ۱۳۰^\circ$$

چون مثلث  $RQS$  متساوی الاضلاع است، زوایای  $\widehat{Q}$  و  $\widehat{S}$  و  $\widehat{R} = ۶۰^\circ$  می باشد. بنابراین:

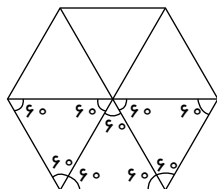
$$\widehat{Q}_۱ = ۶۰ - ۲۵ = ۳۵^\circ$$

و چون مثلث  $RQS$  دارای اضلاع مساوی می باشد که از طرفی وترهای دایره می باشند. ایجاد کمان های مساوی در محیط دایره می کنند. بنابراین:

$$\widehat{QR} = \widehat{RS} = \widehat{QS} = \frac{۳۶۰}{۳} = ۱۲۰^\circ$$

۴۱. گزینه ۱

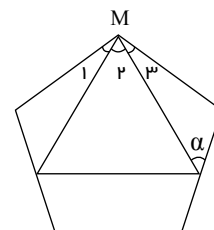
طول یک ضلعی منتظم برابر با شعاع دایره است. هر ۶ ضلعی شامل ۶ مثلث متساوی الاضلاع است.



$$\frac{\text{طول یک کمان}}{\text{ضلع}} = \frac{\frac{۲\pi r}{۶}}{\frac{r}{۱}} = \frac{۲\pi r}{۶ \times ۱} = \frac{۱}{۳} \pi = \frac{\pi}{۳}$$

$$\widehat{M} = \frac{(۵-۲)۱۸۰}{۵} = \frac{۳ \times ۱۸۰}{۵} = ۱۰۸$$

۴۲. گزینه ۲



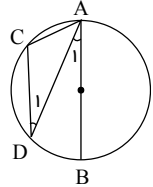
$$\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 + \widehat{M}_3 = 108 \Rightarrow \widehat{M}_1 + 60^\circ + \widehat{M}_3 = 108 \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_3$$

$$\rightarrow \widehat{M}_1 = 108 - 60 = 48 \div 2 = 24^\circ$$

$$\widehat{M}_3 = 24^\circ \rightarrow \widehat{\alpha} = 180 - (\overset{132}{24 + 108}) = 48^\circ$$

$$\overline{CD} \parallel \overline{AB} \rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 \rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

گزینه ۴۳



$$\widehat{ACD} = \frac{\widehat{ABD}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BD}}{2} = \frac{180 + \widehat{BD}}{2}$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

$$\rightarrow \widehat{ACD} - \widehat{ADC} = \frac{180 + \cancel{\widehat{BD}}}{2} - \frac{\cancel{\widehat{BD}}}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

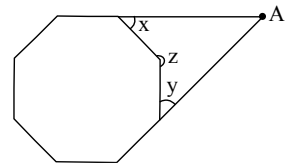
$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی ضلعی} = \frac{(8-2) \times 180}{8} = \frac{6 \times 180}{8} = 135^\circ$$

$$\widehat{x} = \widehat{y} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ, \quad z = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

$$\widehat{A} = x + y + z = 360 \rightarrow \widehat{A} + 45 + 45 + 225 = 360$$

$$\widehat{A} + 315 = 360 \rightarrow \widehat{A} = 360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$$

گزینه ۴۴



گزینه ۴۵

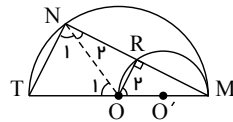
$$\widehat{O}_1 = \widehat{RM} = 45^\circ, \quad \widehat{ROW} = \widehat{O}_1 + 90^\circ = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

چون  $\overline{OR} = \overline{NO}$  (شعاع دایره) پس مثلث  $\triangle ON_1R$  متساوی الساقین است پس:

$$\widehat{N}_1 = \widehat{R} \rightarrow \widehat{R} + \widehat{N}_1 = \widehat{RON}_1 = 180 \rightarrow 2\widehat{N}_1 + 135 = 180 \rightarrow 2\widehat{N}_1 = 45^\circ \rightarrow \widehat{N} = 22,5^\circ$$

گزینه ۴۶

از N به O وصل می‌کنیم.



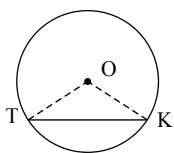
$$\overline{TO} = \overline{TN} = \overline{NO} \rightarrow \triangle TNO \text{ متساوی الاضلاع} \rightarrow \widehat{T} = \widehat{N}_1 = \widehat{O}_1 = 60^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{N}_1 = 60^\circ \\ \widehat{N} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{N}_2 = 90 - 60 = 30^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{ON} = \overline{OM} \rightarrow \widehat{M} = \widehat{N}_2 = 30^\circ \\ \widehat{N} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{O}_2 = 180 - (\overset{120}{30 + 90}) = 60^\circ$$

گزینه ۲. ۴۷

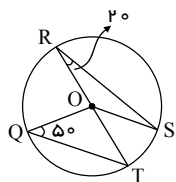
از مرکز دایره به دو سر وتر  $TK$  وصل می‌کنیم.



$$\overline{OT} = \overline{OK} = \overline{TK} \rightarrow \hat{T} = \hat{O} = \hat{K} = 60^\circ \rightarrow \hat{TK} = \hat{O} = 60^\circ$$

گزینه ۴. ۴۸

$O$  را به  $T$  و  $S$  وصل می‌کنیم.



$$\overline{OR} = \overline{OS} \rightarrow \hat{R} = \hat{S} = 20^\circ, \quad \overline{OR} = \overline{OT} \rightarrow \hat{Q} = \hat{T} = 50^\circ$$

$$\hat{ROS} = 180^\circ - (\cancel{20^\circ} + \cancel{20^\circ}) = 140^\circ \quad \hat{QOT} = 180^\circ - (\cancel{50^\circ} + \cancel{50^\circ}) = 80^\circ$$

$$\hat{ROS} + \hat{QOT} = 140^\circ + 80^\circ = 220^\circ \quad \hat{SOT} + \hat{ROQ} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\hat{TS} + \hat{QR} = 140^\circ$$

گزینه ۲. ۴۹

$$\hat{O}_\gamma = \hat{AB} = 80^\circ \rightarrow \hat{O}_\psi = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \rightarrow \hat{ARC} = \hat{O} = 100^\circ \rightarrow \hat{AR} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

چون  $\overline{OH}$  بر وتر  $\overline{AC}$  عمودمنصف است پس مثلث  $\triangle AOH$  قائم‌الزاویه است. بنابراین:  $\frac{AH}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2} = 4cm$

$$\overline{AO}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \Rightarrow 5^2 = \overline{OH}^2 + 4^2 \Rightarrow \overline{OH}^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow \overline{OH}^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow \overline{OH} = \sqrt{9} = 3$$

گزینه ۳. ۵۰

$$\hat{AC} + \hat{CM} + \hat{MN} = 2 \times \hat{B} = 184^\circ$$

$$+ \hat{AB} + \hat{BN} + \hat{MN} = 2 \times \hat{C} = 204^\circ$$

---


$$\hat{AC} + \hat{CM} + \hat{MN} + \hat{BN} + \hat{BA} + \hat{MN} = 388^\circ$$

$$\rightarrow \hat{MN} = 388 - 204 = 184^\circ \rightarrow \hat{A}_1 = \frac{184^\circ}{2} = 92^\circ$$

گزینه ۳. ۵۱

$$CD \parallel AB \rightarrow \hat{AC} = \hat{BD} \rightarrow \hat{AC} + \hat{CD} + \hat{DB} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \hat{AC} + \hat{DB} + 40^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\hat{AC} = \hat{DB}} 2\hat{AC} = 140^\circ \rightarrow \hat{AC} = 70^\circ$$

$$\rightarrow \hat{DB} = 70^\circ, \quad \hat{ACD} = \frac{\hat{ABD}}{2} = \frac{180^\circ + 70^\circ}{2} = \frac{250^\circ}{2} = 125^\circ$$

در هر دایره اندازه‌ی کمان‌های نظیر وترهای مساوی با هم برابرند. گزینه ۳. ۵۲

$$\frac{۳۶۰}{۶} = ۶۰^\circ$$

$$f = \frac{۲ \times ۶۰}{۲} = ۶۰^\circ, \quad i = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰^\circ \rightarrow \frac{i}{f} = \frac{۳۰}{۶۰} = \frac{۱}{۲}$$

۵۳. گزینه ۲

$$\hat{A} = \frac{\widehat{CD}}{۲}, \quad \hat{B} = \frac{\widehat{ED}}{۲}, \quad \hat{C} = \frac{\widehat{AE}}{۲}, \quad \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{۲}, \quad \hat{E} = \frac{\widehat{BC}}{۲}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = \frac{\widehat{CD}}{۲} + \frac{\widehat{ED}}{۲} + \frac{\widehat{AE}}{۲} + \frac{\widehat{AB}}{۲} + \frac{\widehat{BC}}{۲} = \frac{۳۶۰^\circ}{۲} = ۱۸۰^\circ$$

۵۴. گزینه ۴

$$\widehat{FF} + \widehat{ED} + \widehat{AB} + \widehat{BC} = ۳۶۰^\circ - (۷۰^\circ + ۵۰^\circ) = ۳۶۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۲۴۰^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{۷۰ + \widehat{FE} + \widehat{ED} + ۵۰}{۲} = \frac{۱۲۰ + \widehat{FE} + \widehat{ED}}{۲} \rightarrow \hat{E} = \frac{۷۰ + \widehat{AB} + \widehat{BC} + ۵۰}{۲}$$

$$= \frac{۱۲۰ + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{۲}$$

$$\hat{B} + \hat{E} = \frac{۱۲۰ + \widehat{FE} + \widehat{ED}}{۲} + \frac{۱۲۰ + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{۲} = \frac{۱۲۰ + \widehat{FE} + \widehat{ED} + ۱۲۰ + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{۲}$$

$$= \frac{۲۴۰ + ۲۴۰}{۲} = \frac{۴۸۰}{۲} = ۲۴۰$$

۵۵. گزینه ۳

$$B\hat{O}E = \hat{O}_1 = ۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ \rightarrow B\hat{E} = \hat{O}_1 = ۶۰^\circ$$

$$\rightarrow \hat{AC} = ۱۸۰ - \widehat{BC} \Rightarrow \hat{AC} = ۱۸۰^\circ - ۲\hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۲(۴۰^\circ) = ۱۰۰^\circ$$

$$\rightarrow B\hat{D}E = \frac{\widehat{BE} + \widehat{AC}}{۲} = \frac{۶۰^\circ + ۱۰۰^\circ}{۲} = \frac{۱۶۰^\circ}{۲} = ۸۰^\circ$$

۵۶. گزینه ۱

$$\overline{MN} \parallel \overline{PR} \rightarrow \hat{NR} = \hat{MP} = ۳۵^\circ$$

$$\hat{PQ} = ۲ \times \widehat{PMQ} = ۲ \times ۳۰ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{QR} = ۲ \times \widehat{QNR} = ۲ \times ۷۰ = ۱۴۰^\circ$$

$$\hat{MN} = ۳۶۰ - (\hat{MP} + \hat{PQ} + \hat{QR} + \hat{NR}) = ۳۶۰ - (۳۵ + ۶۰ + ۱۴۰ + ۳۵) = ۹۰$$

$$\hat{Q} = \frac{\hat{MN}}{۲} = \frac{۹۰}{۲} = ۴۵^\circ$$

۵۷. گزینه ۴ Z روبروی کمان BC است بنابراین بایستی BC را بدست آوریم.

$$\widehat{CD} = ۲ \times \hat{A} = ۲ \times ۱۵^\circ = ۳۰^\circ$$

$$\widehat{AB} = ۲ \times \hat{D} = ۲ \times ۴۵ = ۹۰^\circ$$

$$\widehat{BC} = 180 - (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 180 - \frac{120}{2} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{Z} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

۵۸. گزینه ۴

$$\overline{AB} = \overline{AC} \rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} \rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} = \frac{360^\circ - 104^\circ}{2} = \frac{256^\circ}{2} = 128^\circ$$

زاویه‌ی  $\widehat{K}$  روبروی کمان  $\widehat{AB}$  است.

$$\widehat{Z} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{128^\circ}{2} = 64^\circ$$

۵۹. گزینه ۲

$$\widehat{P} = \frac{\widehat{MN}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\triangle MO_1P \rightarrow \text{متساوی الساقین} \rightarrow \widehat{P} = \widehat{M} = 30^\circ \rightarrow \widehat{O}_1 = 180 - \frac{60}{2} = 120$$

$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 \rightarrow \text{متقابل به رأس} \rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = 120^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = \widehat{NR} = \widehat{MP} = 120^\circ \text{ می‌باشند، می‌باشند}$$

۶۰. گزینه ۴

$$\widehat{P} + \widehat{R} = 180^\circ \rightarrow m + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow m = 90^\circ$$

$$\widehat{P} = \frac{\widehat{SR} + \widehat{QR}}{2} \rightarrow 90^\circ = \frac{110^\circ + \widehat{QR}}{2} \rightarrow 180^\circ = 110^\circ + \widehat{QR} \rightarrow \widehat{QR} = 180 - 110 = 70^\circ$$

$$\widehat{S} = \frac{\widehat{PQ} + \widehat{QR}}{2} = 75^\circ \rightarrow 75^\circ = \frac{\widehat{PQ} + 70^\circ}{2} \rightarrow 150^\circ = \widehat{PQ} + 70^\circ \rightarrow \widehat{PQ} = 150^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

$$n = \widehat{SP} = 360 - (\widehat{SR} + \widehat{QR} + \widehat{PQ}) = 360^\circ - (110^\circ + 70^\circ + 80^\circ) = 100^\circ$$

$$\rightarrow \frac{m}{n} = \frac{90}{100} = 0,9$$

۶۱. گزینه ۲ برای محاسبه‌ی زاویه‌ی  $\widehat{t}$  بایستی ابتدا کمان مقابلش را پیدا کنیم. چون دایره به ۹ کمان مساوی تقسیم شده است بنابراین خواهیم داشت:

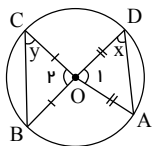
$$\text{اندازه‌ی هر کمان} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

بنابراین اندازه‌ی هر کمان  $40^\circ$  است.مشاهده می‌کنیم که در مقابل زاویه‌ی  $\widehat{t}$  ۳ کمان  $40^\circ$  درجه قرار دارد. بنابراین:

$$\widehat{t} = \frac{(40^\circ + 40^\circ + 40^\circ)}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

۶۲. گزینه ۴

از مرکز دایره (O) به A و B وصل می‌کنیم.



$$\overline{OA} = \overline{OD} \rightarrow \widehat{A} = \widehat{D} = x \rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{AD} = 180^\circ - 2x$$

$$\overline{OB} = \overline{OC} \rightarrow \widehat{C} = \widehat{B} = y \rightarrow \widehat{O}_2 = \widehat{BC} = 180^\circ - 2y$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{AD} = 360^\circ \rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD}$$

$$= 360^\circ - (\widehat{BC} + \widehat{AD}) = 360^\circ - [(180^\circ - 2y) + (180^\circ - 2x)]$$

$$\rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 360^\circ - (360^\circ - 2x - 2y) \rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 2x + 2y$$

گزینه ۲

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{a}{2}$$

$\Delta OBC$  مثلث  $A\widehat{OB} \rightarrow A\widehat{OB} = \widehat{B} + \widehat{C}$  زاویه‌ی خارجی مثلث  $OBC$  است.

$$A\widehat{OB} = 180^\circ - A\widehat{OD}$$

$$\rightarrow 180^\circ - 2a = a + \frac{a}{2} \rightarrow 180^\circ = 2a + a + \frac{a}{2} = \frac{7}{2}a \rightarrow a = \frac{360^\circ}{7}$$

گزینه ۲ رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم تفریق می‌کنیم.

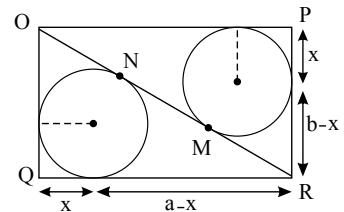
$$\overline{RN} = a - x \quad (1)$$

$$- \overline{RM} = b - x \quad (2)$$

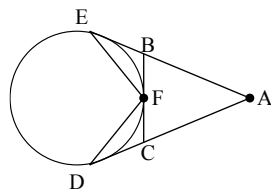
$$\overline{RN} - \overline{RM} = a - x - (b - x)$$

$$\overline{MN} = a - x - b + x$$

$$\overline{MN} = a - b$$



گزینه ۳

با توجه به این که طول دو مماس  $AE$  و  $AD$  با هم برابر است. پس خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{AE} \\ \overline{FC} = \overline{CD} \\ \overline{BF} = \overline{BE} \end{array} \right\} \rightarrow P_{\text{مثلث}} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FC} + \overline{AC}$$

$$= \underbrace{\overline{AB} + \overline{BE}}_{25} + \underbrace{\overline{CD} + \overline{AC}}_{25} = 25\text{cm} + 25\text{cm} = 50\text{cm}$$

گزینه ۱

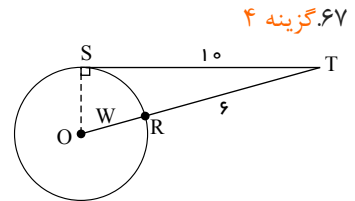
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AH} \\ \overline{AC} = \overline{AH} \end{array} \right\} \text{طول دو مکان از یک نقطه بر دایره با هم برابر است:}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AH} = ۸$$

$\triangle OAB$  قائم الزاویه است  
 $\overline{AB}^2 + \overline{BO'}^2 = \overline{AO'}^2 \rightarrow ۸^2 + y^2 = ۹^2 \rightarrow y^2 = ۸۱ - ۶۴ = ۱۷ \rightarrow y$   
 رابطه‌ی فیثاغورس  
 $= \overline{BO'} = \sqrt{۱۷}$

$\triangle OAC$  قائم الزاویه است  
 $\overline{AC}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 \rightarrow ۸^2 + x^2 = ۱۰^2 \rightarrow x^2 = ۱۰۰ - ۶۴ = ۳۶ \rightarrow x$   
 رابطه‌ی فیثاغورس  
 $= \overline{CO} = \sqrt{۳۶} = ۶$

$$\overline{TO} = \overline{OR} + \overline{RT} \rightarrow \overline{TO} = ۶ + W$$



۶۷ گزینه ۴

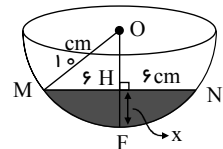
$\overline{OS} = \overline{OR} = W =$  شعاع دایره  
 $\overline{ST} = ۱۰$

$\triangle TSO$  قائم الزاویه است  
 $\overline{ST}^2 + \overline{OS}^2 = \overline{TO}^2 \rightarrow ۱۰^2 + W^2 = (۶ + W)^2$   
 رابطه‌ی فیثاغورس  
 $\rightarrow ۱۰۰ + W^2 = ۳۶ + ۲(۶W) + W^2 \rightarrow ۱۰۰ + W^2 = ۳۶ + ۱۲W + W^2$   
 $۱۰۰ - ۳۶ = \cancel{W^2} + ۱۲W + \cancel{W^2} \rightarrow ۶۴ = ۱۲W \rightarrow W = \frac{۶۴}{۱۲} = \frac{۱۶}{۳}$

۶۸ گزینه ۳

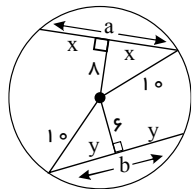
$\overline{OF} = \overline{OM}$  (شعاع‌های ظرف) ،  $\overline{MH} = \frac{\overline{MN}}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$

$\triangle OMH$  قائم الزاویه است مثلث  
 $\overline{OM}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{MH}^2$   
 رابطه‌ی فیثاغورس



$\rightarrow ۱۰^2 = \overline{OH}^2 + ۶^2 \rightarrow ۱۰۰ = \overline{OH}^2 + ۳۶ \rightarrow ۱۰۰ - ۳۶ = \overline{OH}^2$   
 $\rightarrow \overline{OH}^2 = ۶۴ \rightarrow \overline{OH} = \sqrt{۶۴} = ۸ \text{ cm}$   
 $x = \overline{OF} - \overline{OH} \rightarrow x = ۱۰ - ۸ = ۲ \text{ cm}$  عمق آب ظرف

۶۹ گزینه ۳



$$y = \frac{b}{۲} , x = \frac{a}{۲}$$

$\rightarrow ۸^2 + x^2 = ۱۰^2 \rightarrow x = ۶ \rightarrow x = ۲ \times ۶ = ۱۲$   
 $\rightarrow ۶^2 + y^2 = ۱۰^2 \rightarrow y = ۸ \rightarrow b = ۲ \times ۸ = ۱۶$

۷۰. گزینه ۳

$$m \text{ شعاع } = \frac{120}{360} \times 2 \times \pi \times 12 = \frac{1}{3} \times 24 \times \pi = 8\pi$$

$$P_O = 2\pi r \rightarrow 8\pi = 2\pi r \rightarrow r = \frac{8}{2} = 4$$

۷۱. گزینه ۱ طول کمان یک دایره به زاویه‌ی مرکزی  $x$  و شعاع  $r$  برابر است با:

$$\frac{x}{360} \times 2 \times \pi \times r$$

$$MN \text{ طول کمان } = \frac{120}{360} \times 2 \times \pi \times 9 = \frac{1}{3} \times 18 \times \pi = 6\pi$$

۷۲. گزینه ۱ برای بدست آوردن طول کمان  $\widehat{XY}$  ابتدا بایستی اندازه‌ی آن را پیدا کنیم. برای بدست آوردن اندازه‌ی کمان  $\widehat{XY}$  ابتدابایستی زاویه‌ی مرکزی  $\hat{O}_1$  را پیدا کنیم. باتوجه به این که  $\hat{O}_1$  برای مثلث  $\triangle OHY$  یک زاویه‌ی خارجی محسوب می‌شود بنابراین:

$$\hat{O}_1 = 15^\circ + \widehat{H} = 15 + 90 = 105^\circ$$

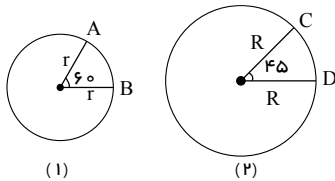
$$\widehat{XY} \text{ اندازه‌ی کمان } = \hat{O}_1 = 105^\circ$$

برای پیدا کردن طول کمان نسبت اندازه‌ی آن به محیط دایره‌ی کامل به این طریق عمل می‌کنیم:

$$XY \text{ طول کمان } = \frac{105}{360} \times 2\pi r$$

$$XY \text{ طول کمان } = \frac{105}{360} \times 2 \times \pi \times 10 = \frac{35}{6}\pi$$

۷۳. گزینه ۴



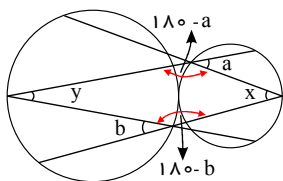
$$(1) \text{ طول کمان } AB \text{ به زاویه‌ی مرکزی } 60^\circ \text{ در دایره‌ی (1)} = \frac{60}{360} \times (2 \times \pi \times r) = \frac{1}{3} (\cancel{2} \pi r) = \frac{\pi r}{3}$$

$$(2) \text{ طول کمان } CD \text{ به زاویه‌ی مرکزی } 45^\circ \text{ از دایره‌ی (2)} = \frac{45}{360} \times (2 \times \pi \times R) = \frac{1}{4} \times (\cancel{2} \pi R) = \frac{\pi R}{4}$$

$$\text{طول کمان } AB = \frac{1}{2} \text{ طول کمان } CD$$

$$\rightarrow \frac{\pi r}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi R}{4} \rightarrow \cancel{\pi} r = \frac{\cancel{\pi} R}{8} \rightarrow \frac{r}{3} = \frac{R}{8} \rightarrow \frac{r}{R} = \frac{3}{8}$$

۷۴. گزینه ۲





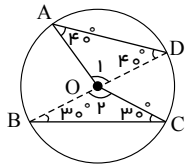
$$\begin{aligned} \text{مجموع زوایای چهارضلعی} &= \hat{y} + (180 - a) + \hat{x} + (180 - b) = 360 \\ \rightarrow \hat{y} + \hat{x} - a - b &= 360 - 360 = 0 \\ \rightarrow \hat{x} + \hat{y} - a - b &= 0 \rightarrow \hat{x} + \hat{y} = a + b \end{aligned}$$

۷۵. گزینه ۲

$$\begin{aligned} \hat{O} = 60^\circ \rightarrow M_2 &= \frac{\hat{O}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \\ \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 &= 30^\circ \rightarrow \alpha = \widehat{M}_1 = 30^\circ \end{aligned}$$

چون هر دو زاویه‌ی محاطی مقابل یک کمان مشترک هستند.

۷۶. گزینه ۲

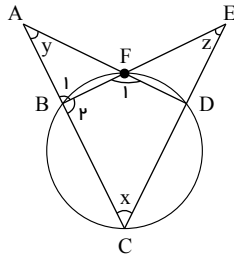


$$OA = OD \rightarrow \hat{A} = \hat{D} = 40^\circ \rightarrow \hat{O}_1 = 180 - (\cancel{40} + \cancel{40}) = 100^\circ$$

$$OC = OB \rightarrow \hat{C} = \hat{B} = 30^\circ \rightarrow \hat{O}_2 = 180 - (\cancel{30} + \cancel{30}) = 120^\circ$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \widehat{AD} + \widehat{BC} = 100^\circ + 120^\circ = 220^\circ \rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 360 - 220 = 140^\circ$$

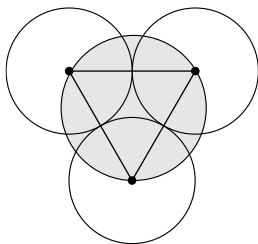
۷۷. گزینه ۲



$$\left. \begin{aligned} \triangle EBC : \hat{B}_1 &= x + z \\ \triangle ABF : \hat{F}_1 &= y + \hat{B}_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{F}_1 = y + x + z$$

$$BFDC \text{ محاطی چهارضلعی } \hat{F}_1 + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow y + x + z + x = 180 \rightarrow 2x + y + z = 180$$

۷۸. گزینه ۳



اگر مراکز سه دایره‌ی کوچک را بهم وصل کنیم، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $24\text{cm}$  پدید می‌آید که دایره‌ی رنگ شده، دایره‌ی محیطی آن است.

طبق یک اصل مهم که شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $x$  برابر است با:  $\frac{\sqrt{3}}{3}x$

$$\text{شعاع دایره} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 24 = 8\sqrt{3}$$

$$S_O = (8\sqrt{3})^2 \times \pi = 64 \times \pi \times 3 = 192\pi$$

۷۹. گزینه ۴ از آنجائی که زوایای محاطی مقابل به یک کمان مشترک با هم مساوی‌اند.

$$\frac{\widehat{AB}}{2} = \widehat{D} = \widehat{C} = 30^\circ \xrightarrow{TBC} \widehat{B} + \widehat{C} = 100^\circ$$

زاویه ی خارجی است.

$$\widehat{B} = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ$$

۸۰. گزینه ۱ دایره به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است:

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \rightarrow y = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$x = \frac{144^\circ + 72^\circ}{2} = 108^\circ$$

$$z = \frac{144^\circ - 72^\circ}{2} = 36^\circ$$

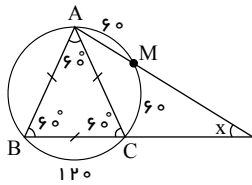
$$x - y - z = 108^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ$$

زاویه ی  $x$  زاویه ی داخلی است و برابر است با نصف مجموع کمان های مقابلش ←

زاویه ی  $z$  یک زاویه ی خارجی است و برابر است با نصف تفاضل کمان های مقابلش ←

۸۱. گزینه ۱

زاویه ی خارجی  $x$  برابر است با:



$$\hat{x} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{MC}}{2} = \frac{120^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \text{ اندازه ی هر کمان در دایره برابر است با: } 36^\circ$$

۸۲. گزینه ۱ یک زاویه ی داخلی است و نصف مجموع کمان های مقابلش است.

$$\frac{4t - 4}{3} = \frac{4 \times 36 + 2 \times 36}{2}$$

$$\frac{4t - 4}{3} = \frac{144 + 72}{2} = \frac{216}{2} \rightarrow \frac{4t - 4}{3} = 108 \rightarrow 4t - 4 = 3 \times 108$$

$$\rightarrow 4t - 4 = 324 \rightarrow 4t = 324 - 4 \Rightarrow t = \frac{320}{4} = 80$$

۸۳. گزینه ۳

$$\widehat{N}M = 6m + 20^\circ$$

چون زاویه ی ظلی است نصف کمان مقابلش یعنی  $\widehat{MN}$  است. پس:

$$\widehat{MN} = 2 \times (6m + 20^\circ) = 12m + 40^\circ$$

از طرفی مجموع دو کمان برابر  $360^\circ$  خواهد بود.

$$\widehat{MN} + \widehat{NPM} = 360^\circ \rightarrow 12m + 40^\circ + 18m + 80^\circ = 360^\circ$$

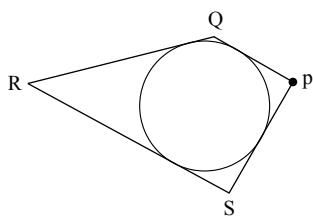
$$\rightarrow 30m + 120^\circ = 360^\circ \rightarrow 30m = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$m = \frac{240^\circ}{30} = 8$$

$$\widehat{MN} = 12m + 40^\circ = 12 \times 8 + 40^\circ = 96 + 40^\circ = 136^\circ$$

۸۴. گزینه ۳

با توجه به این که اگر دایره‌ای درون یک  $n$  ضلعی باشد به طوری که بر همه‌ی ضلع‌های آن  $n$  ضلعی مماس شود، دایره را دایره‌ی محاطی و  $n$  ضلعی را محیطی می‌نامند. در هر چهارضلعی محیطی داریم:



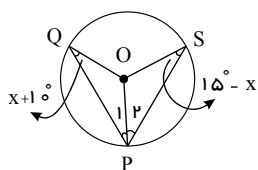
$$\overline{QP} + \overline{RS} = \overline{QR} + \overline{PS}$$

$$4x + 8 + 12x + 4 = 8x + 8 + 16x - 12 \rightarrow 4x + 12x - 8x - 16x = -8 - 4 + 8 - 12$$

$$\rightarrow -8x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-8} = +2$$

۸۵. گزینه ۴



$$\widehat{P} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{QS}}{2} = \frac{36x + 32^\circ}{2} = 18x + 16^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OQ} = \overline{OP} = r \rightarrow \widehat{Q} = \widehat{P}_1 \rightarrow \widehat{P}_1 = x + 10^\circ \\ \overline{OS} = \overline{OP} = r \rightarrow \widehat{S} = \widehat{P}_2 \rightarrow \widehat{P}_2 = 15^\circ - x \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{P}_1 + \widehat{P}_2 = x + 10^\circ + 15^\circ \neq x$$

$$\widehat{P}_1 + \widehat{P}_2 = 10^\circ + 15^\circ \rightarrow \widehat{P} = 25^\circ$$

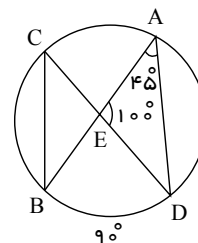
با توجه به این که مقدار  $\widehat{P}$  بر حسب  $x$  برابر است با:  $18x + 16$ . بنابراین:

$$18x + 16^\circ = 25^\circ \rightarrow 18x = 25^\circ - 16^\circ \rightarrow 18x = 9^\circ \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\widehat{QS} = 36\left(\frac{1}{2}\right) + 32^\circ = 18 + 32^\circ = 50^\circ \rightarrow \widehat{QPS} = 360^\circ - 50^\circ = 310^\circ$$

۸۶. گزینه ۴ زاویه‌ی  $A$  محاطی است:

$$\triangle AED : \widehat{D} = 180^\circ - (100^\circ + 45^\circ) = 35^\circ \quad \widehat{BD} = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 45^\circ$$



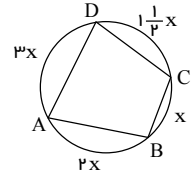
کمان مقابل به زاویه‌ی محاطی  $\widehat{D}$  برابر است با:

$$\widehat{AC} = 2 \times \widehat{D} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

۸۷. گزینه ۱ دایره یک کمان  $360^\circ$  است، پس داریم:

$$3x + 2x + x + 1\frac{1}{2}x = 360^\circ$$

$$6x + \frac{3}{2}x = 360^\circ \Rightarrow \frac{15}{2}x = 360^\circ \Rightarrow 15x = 720^\circ \Rightarrow x = 48^\circ$$



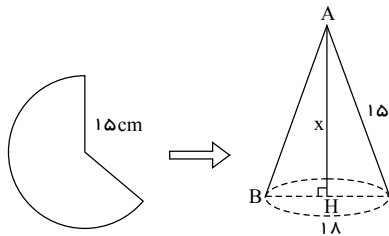
راه حل اول: با داشتن مقدار  $x$  اندازه کمان‌های مقابل زاویه‌های  $A$  و  $D$  را در دایره به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} 1\frac{1}{2}x \xrightarrow{x=48^\circ} 72^\circ \\ 2x \xrightarrow{x=48^\circ} 96^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = \frac{1\frac{1}{2}x + x + 2x + x}{2} = \frac{72^\circ + 48^\circ + 96^\circ + 48^\circ}{2} = 132^\circ$$

راه حل دوم:

$$\hat{D} + \hat{A} = (2x + x + x + 1\frac{1}{2}x) \div 2 = \frac{11}{2}x \div 2 = \frac{11}{4}x \xrightarrow{x=48^\circ} \frac{11 \times 48}{4} = 132^\circ$$

۸۸. گزینه ۲ با توجه به شکل، در مخروط ساخته شده، مثلث قائم‌الزاویه  $AHB$  و طبق رابطه فیثاغورس می‌توانیم ارتفاع مخروط را محاسبه کنیم، داریم:



$$x^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12 \text{ ارتفاع مخروط ۱۲ است.}$$

۸۹. گزینه ۱ ابتدا بررسی می‌کنیم، مثلث داده شده چه نوع مثلثی می‌باشد. با توجه به این که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث  $180^\circ$  می‌باشد، داریم:

$$x + x + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 100^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

پس نتیجه می‌گیریم  $\hat{B} = 90^\circ$  می‌باشد و طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$(a+b)^2 = (2\sqrt{ab})^2 + OB^2 \Rightarrow OB^2 = (a+b)^2 - (2\sqrt{ab})^2 \Rightarrow OB^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 4ab$$

$$OB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \Rightarrow OB^2 = (a-b)^2 \Rightarrow OB = \pm(a-b)$$

چون  $a > b$  است. مقدار  $-(a-b)$  مقداری منفی شده و چون طول نمی‌تواند منفی باشد، در نتیجه غیر قابل قبول است، پس:

$$OB = a - b$$

۹۰. گزینه ۴ با توجه به شکل  $\widehat{AB} = 45^\circ$  است. نسبت کمان  $AB$  به کل دایره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\widehat{AB}}{\text{کل دایره}} = \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$$

بنابراین برای به دست آوردن طول کمان  $AB$  ابتدا محیط دایره را به دست آورده و  $\frac{1}{8}$  آن را محاسبه می‌کنیم.

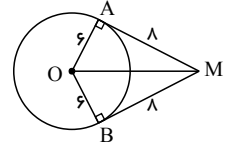
$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 2 = 12,56$$

$$\text{طول کمان } AB = \frac{1}{8} \times 12,56 = 1,57 \text{ سانتی متر}$$

۹۱. گزینه ۲ می‌دانیم مماس‌های  $MA$  و  $MB$  برابر هستند و بر شعاع دایره در نقطه‌ی تماس عمودند. بنابراین طول هر مماس به کمک محیط چهارضلعی  $AOBM$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$۲۸ - ۲ \times ۶ = ۱۶ \Rightarrow ۱۶ \div ۲ = ۸$$

$$\triangle AOM : OM^2 = ۶^2 + ۸^2 = ۳۶ + ۶۴ = ۱۰۰ \Rightarrow OM = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰$$



پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۴۷۷۶۰۹

۴ -۵	۳ -۴	۲ -۳	۱ -۲	۴ -۱
۲ -۱۰	۳ -۹	۳ -۸	۲ -۷	۲ -۶
۳ -۱۵	۱ -۱۴	۲ -۱۳	۴ -۱۲	۴ -۱۱
۲ -۲۰	۱ -۱۹	۱ -۱۸	۳ -۱۷	۱ -۱۶
۴ -۲۵	۳ -۲۴	۳ -۲۳	۲ -۲۲	۲ -۲۱
۲ -۳۰	۱ -۲۹	۳ -۲۸	۲ -۲۷	۳ -۲۶
۱ -۳۵	۱ -۳۴	۲ -۳۳	۴ -۳۲	۲ -۳۱
۳ -۴۰	۳ -۳۹	۴ -۳۸	۲ -۳۷	۴ -۳۶
۳ -۴۵	۴ -۴۴	۴ -۴۳	۲ -۴۲	۱ -۴۱
۳ -۵۰	۲ -۴۹	۴ -۴۸	۲ -۴۷	۳ -۴۶
۳ -۵۵	۴ -۵۴	۲ -۵۳	۳ -۵۲	۳ -۵۱
۴ -۶۰	۲ -۵۹	۴ -۵۸	۴ -۵۷	۱ -۵۶
۳ -۶۵	۲ -۶۴	۲ -۶۳	۴ -۶۲	۲ -۶۱
۳ -۷۰	۳ -۶۹	۳ -۶۸	۴ -۶۷	۱ -۶۶
۲ -۷۵	۲ -۷۴	۴ -۷۳	۱ -۷۲	۱ -۷۱
۱ -۸۰	۴ -۷۹	۳ -۷۸	۲ -۷۷	۲ -۷۶
۴ -۸۵	۳ -۸۴	۳ -۸۳	۱ -۸۲	۱ -۸۱
۴ -۹۰	۱ -۸۹	۲ -۸۸	۱ -۸۷	۴ -۸۶
				۲ -۹۱